PREMIERE ANNEE
PROBLEMES DE MICROECONOMIE
(SEMESTRE 2)

Michel Le Breton

2012-2013

PROBLEME 1 (Aix, Mai 2001)

L'objet de ce problème est l'étude du marché d'un produit agricole. On analysera successivement le comportement de demande des ménages, le comportement d'offre des exploitations agricoles produisant ce bien et l'effet sur ce marché de certaines interventions gouvernementales. Nous supposerons réunies toutes les conditions légitimant l'emploi des méthodes d'analyse d'équilibre partiel.

1. Nous supposons que ce produit est consommé par m ménages identiques dont les préférences sont décrites par la fonction d'utilité $U(x, M) = M + v(x)$ où x et M désignent respectivement la quantité consommée de ce produit agricole et le montant des dépenses sur l'ensemble des autres biens. Nous supposons que :

$$v(x) = \begin{cases} ax - \frac{b}{2}x^2 \text{ si } x \leq \frac{a}{b} \\ \frac{a^2}{2b} \text{ si } x > \frac{a}{b} \end{cases}$$

où a et b sont des paramètres positifs

1.1. On note p le prix unitaire du produit agricole et R le revenu d'un ménage. En utilisant le théorème de Kuhn-Tucker, montrez que si $R \geq \frac{a^2}{4b}$, la demande Walrasienne du produit agricole $x(p)$ d'un ménage est définie par :

$$x(p) = \begin{cases} \frac{a}{b} - \frac{p}{b} \text{ si } p \leq a \\ 0 \text{ si } p > a \end{cases}$$

Quelle serait la fonction de demande Walrasienne de ce produit si $R < \frac{a^2}{4b}$?.

1.2. On suppose dorénavant que $R \geq \frac{a^2}{4b}$. Représentez sur un graphique la fonction de demande inverse d'un ménage et calculez le surplus d'un ménage. Exprimez la fonction de demande totale inverse de ce produit agricole.

2. Nous nous intéressons maintenant à l'offre de ce produit agricole. Nous supposons que la production est réalisée par n exploitations identiques utilisant la terre et la main d'oeuvre agricole comme facteurs de production. Nous noterons respectivement y, t et l la production réalisée, la surface de terre et la quantité de main d'oeuvre utilisées dans une exploitation. La technologie d'une exploitation est décrite par la fonction de production

$$y = \begin{cases} (t-1)^{\frac{1}{4}} l^{\frac{1}{4}} \text{ si } t \geq 1 \\ 0 \text{ si } t < 1 \end{cases}$$

2.1. Les prix unitaires de la terre et de la main d'oeuvre sont notés respectivement π et w. En utilisant le théorème de Kuhn-Tucker, montrez que la fonction de coût total d'une exploitation agricole s'écrit :

$$C(y) = \begin{cases} 2\pi^{\frac{1}{2}} w^{\frac{1}{2}} y^2 + \pi \text{ si } y > 0 \\ 0 \text{ si } y = 0 \end{cases}$$

En déduire les fonctions de coût moyen C_M et de coût marginal C_m. Calculez le seuil de rentabilité d'une exploitation agricole et représentez sur un graphique la fonction d'offre totale inverse de ce secteur agricole.

3. On suppose dorénavant que $\pi = w = b = 1$. Montrez qu'à l'équilibre de court terme, toutes les exploitations fonctionnent si et seulement si :

$$\frac{4ma}{n+4m} > 2\sqrt{2}$$

Calculez le prix d'équilibre de court terme lorsque $a = 4$, $n = 4000$ et $m = 3000$. Montrez qu'avec cette spécification des paramètres, l'hypothèse de libre entrée conduit à un équilibre de long terme comportant approximativement 4970 exploitations agricoles.

Dans la suite du problème, nous nous limitons à l'équilibre de court terme avec $n = 4000$.

4. On suppose que la production de ce bien agricole peut être effectuée à l'aide d'une autre technologie utilisant les mêmes facteurs de production que la première. Cette technologie est décrite par la fonction de production :

$$y = \begin{cases} \sqrt{Min(\frac{t-K}{3}, l)} \text{ si } t \geq K \\ 0 \text{ si } t < K \end{cases}$$

où K est un paramètre positif représentant la surface minimale de terre nécessaire à l'utilisation de cette technologie. Montrez que la présence de cette technologie ne change en rien l'analyse de l'équilibre menée à la question 3 dès l'instant où :

$$K > \frac{9}{16}$$

5. En supposant qu'un substitut parfait de ce produit agricole puisse être importé au prix $\overline{p} = 2.9$, déterminez le nouvel équilibre de ce marché. On suppose que le gouvernement met en place un droit de douane au taux t. Déterminez la valeur minimale de t qui décourage complètement les importateurs. Quelle est la perte de surplus collectif résultant de la mise en place d'une telle intervention ?

Voyez vous une différence entre l'analyse ci-dessus et l'étude de l'impact sur l'équilibre de la question 3 qui résulterait d'une découverte technologique conduisant à la fonction de coût $2.9y$?

6. Dans cette question, nous examinons l'étude de l'offre des exploitations agricoles lorsque la production d'une exploitation est exposée au risque d'une destruction totale avec la probabilité q. On note V la fonction d'utilité de von Neumann-Morgenstern d'un exploitant agricole. En supposant que ce risque

n'est pas assurable, montrez, en utilisant le théorème de Kuhn-Tucker, qu'une offre positive y vérifie nécessairement la condition :

$$p = C_m(y)(1 + \frac{q}{1-q}\frac{V'(-C(y))}{V'(\Pi(y))})$$

où $\Pi(y) = py - C(y)$ **désigne le profit résultant d'une production égale à** y. **Commentez. Comment cette analyse doit-elle être modifiée lorsque le risque peut être assuré au prix "juste", c'est à dire qu'un remboursement** R **en cas de sinistre peut être obtenu modulo le paiement d'une prime égale à** qR **?**

7. Le gouvernement examine l'opportunité d'un investissement en recherche-développement qui conduirait au remplacement de la technologie décrite à la question 2 par la technologie :

$$y = \begin{cases} A(t-1)^{\frac{1}{4}} l^{\frac{1}{4}} \text{ si } t \geq 1 \\ 0 \text{ si } t < 1 \end{cases}$$

où A est un paramètre supérieur à 1. Comment varient les surplus des ménages et des exploitations à la suite d'un tel changement technologique ? Est-il vrai que les exploitants profitent à coup sur de ce progrès technologique ? En vous appuyant sur le calcul des surplus, déterminez pour quelles valeurs du coût fiscal de cette opération, noté I, celle-ci est-elle bénéfique à la collectivité ?

PROBLEME 2 (Aix, Mai 2001)

Les deux questions de ce problème traitent du calcul intertemporel. Dans les deux cas, l'actualisation sera effectuée en temps continu au taux d'intérêt r.

1. On considére un entrepreneur considérant l'achat d'un brevet de production d'un bien qui lui garantit le monopole de la production de ce bien pendant T années. La demande annuelle anticipée x des ménages pour ce bien est décrite par la fonction :

$$x(p) = \begin{cases} a - bp \text{ si } p \leq \frac{a}{b} \\ 0 \text{ si } p > \frac{a}{b} \end{cases}$$

où p désigne le prix de vente unitaire de ce bien et a et b sont des paramètres positifs. Le brevet correspond à une technologie induisant la fonction de coût total $C(x) = cx$ où c est un paramètre positif vérifiant $c < \frac{a}{b}$.

1.1. Montrez que le profit de monopole Π est égal à :

$$\frac{(a-bc)^2}{4b}$$

1.2. Déduire de la question 1.1. que le prix maximal que cet entrepreneur serait disposé à payer pour ce brevet est égal à :

$$\frac{(a-bc)^2}{4br}(1-e^{-rT})$$

2. Un individu d'âge T_1 dispose d'un revenu mensuel constant égal à R pendant toute sa vie active qui s'arrête quand il atteint l'âge T_2. Il souhaite disposer pendant toute la période allant de T_2 à un âge T_3 d'une fraction δ de son revenu R. On suppose que son épargne pendant sa période d'activité est sa seule source de revenu une fois retraité et qu'il ignore les incertitudes tenant à un décès antérieur ou postérieur à l'âge T_3.

2.1. Montrez que pour atteindre cet objectif , son taux d'épargne mensuel γ pendant sa vie active doit être égal à :

$$\delta\frac{e^{-rT_2}-e^{-rT_3}}{e^{-rT_1}-e^{-rT_2}}$$

2.2. Dans le cas où $r = 5\%$, $T_1 = 20$, $T_2 = 60$, $T_3 = 100$ et $\delta = \frac{3}{4}$, montrez que :

$$\gamma = \frac{3}{4e^2} \simeq 10,2\%$$

PROBLEME 3 (Aix, Mai 2001)

Les deux questions portent sur des jeux à deux joueurs de somme nulle que je pratique avec mes enfants. Le second a été popularisé par l'émission télévisée *Fort Boyard*.

1. Les deux joueurs mettent la main droite derrière le dos et choisissent de plier $0, 1, 2, 3$ ou 4 doigts. Au signal d'un arbitre, ils montrent simultanément la main droite. Le joueur qui a plié le moins de doigts gagne sauf dans le cas où il n'a plié aucun doigt et l'autre a plié 4 doigts. Dans le cas où ils ont plié le même nombre de doigts, la partie est nulle.

1.1. Ecrire la forme normale de ce jeu.

1.2. Il y a deux "mauvaises" stratégies. Quelles sont-elles ?

1.3. Quel est l'unique équilibre de Nash en stratégies mixtes de ce jeu ?

2. Un paquet de k allumettes est disposé sur une table. Chaque joueur, à tour de rôle, doit enlever $1, 2$ ou 3 allumettes. Quand après avoir joué, un joueur ne laisse aucune allumette sur la table, la partie s'arrête et ce joueur est déclaré vaincu.

2.1. Ecrire le début de la forme extensive de ce jeu à information parfaite.

2.2. D'après le théorème de Zermelo, l'un des joueurs a une stratégie gagnante. En appliquant le principe de récurrence par le bas, déterminez pour quelles valeurs de l'entier k, le joueur qui commence la partie gagne à coup sur.

PROBLEME 4 (Aix, Septembre 2001)

On considère une entreprise monoproduit dont la technologie est décrite par la fonction de production suivante :

$$y = \begin{cases} (k-1)^{\frac{1}{4}} l^{\frac{1}{4}} e^{\frac{1}{4}} \text{ si } k \geq 1 \\ 0 \text{ si } k < 1 \end{cases}$$

où y, k, l et e désignent respectivement le volume de la production, la quantité de capital utilisée, la quantité de main d'oeuvre utilisée et la quantité d'énergie utilisée. La main d'oeuvre et l'énergie sont des facteurs variables et le capital est un facteur fixe à court terme. On suppose que le prix unitaire de chaque facteur est égal à 1 et on note p le prix de vente unitaire de la production. On suppose que l'objectif de l'entreprise est la maximisation de ses bénéfices.

1. Calculez les fonctions de coût moyen et de coût marginal à court terme.

2. Calculez les fonctions de coût moyen et de coût marginal de long terme.

3. Dans cette question, on raisonne à long terme. Quel stock de capital choisit une entreprise qui prévoit un prix unitaire de vente de sa production égal à 6 ?

4. On suppose que l'entreprise a acquis le stock de capital déterminé à la question 3 et on raisonne maintenant à court terme, ce stock étant fixé. Le prix se révèle finalement être plus faible que celui initialement prévu : précisement $p = 5$. Quelle quantité l'entreprise choisit-elle de produire ? Quelle quantité aurait-elle produite si elle avait prévu le prix de vente $p = 5$?

5. Calculez la perte de profit due à l'erreur de prévision sur le prix de vente.

PROBLEME 5 (Aix, Septembre 2001)

On envisage le marché d'une production agricole A réalisée par des exploitations identiques qui utilisent l'engrais et la terre comme facteurs de production.. On note respectivement Q_A, X et T la production réalisée, la quantité d'engrais et la surface de terre utilisées dans une exploitation. La technologie d'une exploitation est décrite par la fonction de production :

$$Q_A = \begin{cases} X^{\frac{1}{3}} (T-2)^{\frac{1}{3}} \text{ si } T \geq 2 \\ 0 \text{ si } T < 2 \end{cases}$$

Les engrais sont un facteur variable et leur prix unitaire est égal à 1. La terre est un facteur fixe à court terme dont le prix est noté π. On suppose que le fonctionnement de ce marché est convenablement décrit par les propriétés de la concurrence parfaite.

1. Déterminez les fonctions de coût total, coût moyen et coût marginal à court terme et à long terme d'une exploitation. Calculez le seuil de rentabilité (à long terme) et la production correspondante.

2. Dans cette question et la suivante, on suppose $\pi = 1$. On fait l'hypothèse que la demande totale des ménages pour le produit A est décrit par la fonction :

$$D_A = 2000 - 200p$$

où D_A et p désignent respectivement la demande de bien A et son prix unitaire. Caractérisez l'équilibre de long terme de ce marché : prix, volume des transactions et nombre d'exploitations

3. Partant de la situation décrite à la question 2, on constate une intensification brutale de la demande de bien A qui est maintenant décrite par l'expression :

$$D_A = 4000 - 200p$$

A quelles conséquences doit-on s'attendre ? Vous distinguerez les réactions du marché dans le court terme et le long terme.

4. Partant de la situation décrite à la question 2, on suppose qu'un progrès technologique conduit à la fonction de production du produit A décrite ci-dessous :

$$\mathbf{Q}_A = \begin{cases} 2X^{\frac{1}{3}}(T-2)^{\frac{1}{3}} \text{ si } T \geq 2 \\ 0 \text{ si } T < 2 \end{cases}$$

A quelles conséquences doit-on s'attendre ? Vous distinguerez, une fois encore, les réactions du marché dans le court terme et le long terme.

PROBLEME 6 (Aix, Mai 2002)

L'objet de ce problème est l'étude du marché d'un produit alimentaire. On analysera successivement le comportement de demande des ménages, le comportement d'offre des entreprises produisant ce bien et l'effet sur ce marché de certaines interventions gouvernementales. Nous supposerons réunies toutes les conditions légitimant l'emploi des méthodes d'analyse d'équilibre partiel.

1. Nous supposons que ce produit est consommé par m ménages identiques dont les préférences sont décrites par la fonction d'utilité $U(x, M) = M - e^{-\alpha x}$ où x et M désignent respectivement la quantité consommée de ce produit alimentaire et le montant des dépenses sur l'ensemble des autres biens et α est un paramètre positif.

1.1. On note p le prix unitaire du produit alimentaire et R le revenu d'un ménage. En utilisant le théorème de Kuhn-Tucker, montrez que si $R \geq e^{-1} \simeq 0.36788$, la demande Walrasienne du produit alimentaire $x(p)$ d'un ménage est définie par :

$$x(p) = \begin{cases} \frac{1}{\alpha}Log(\frac{\alpha}{p}) \text{ si } p \leq \alpha \\ 0 \text{ si } p > \alpha \end{cases}$$

1.2. Quelle serait la fonction de demande Walrasienne de ce produit si $R < e^{-1}$?

1.3. On suppose dorénavant que $R \geq e^{-1}$. Représentez sur un graphique la fonction de demande inverse d'un ménage et calculez le surplus d'un ménage. Exprimez la fonction de demande totale inverse de ce produit alimentaire.

2. Nous nous intéressons maintenant à l'offre de ce produit alimentaire. Nous supposons que la production est réalisée par n entreprises identiques utilisant des équipements et de la main d'oeuvre comme facteurs de production. Nous noterons respectivement y, k et l la production réalisée et les quantités respectives d'équipements et de main d'oeuvre utilisées dans une entreprise. La technologie d'une entreprise représentative est décrite par la fonction de production

$$y = \begin{cases} (k-\gamma)^{\frac{1}{5}} l^{\frac{1}{5}} \text{ si } k \geq \gamma \\ 0 \text{ si } k < \gamma \end{cases}$$

où γ est un paramètre positif désignant la quantité minimale d'équipements nécessaire pour commencer la production.

2.1. Les prix unitaires de l'équipement et de la main d'oeuvre sont notés respectivement r et w. On se place dans une perspective de long terme du point de vue des n entreprises existantes au moment considéré, dans le sens où les deux facteurs sont considérés comme étant variables. En utilisant le théorème de Kuhn-Tucker, montrez que la fonction de coût total d'une entreprise s'écrit :

$$C(y) = \begin{cases} 2r^{\frac{1}{2}} w^{\frac{1}{2}} y^{\frac{5}{2}} + r\gamma \text{ si } y > 0 \\ 0 \text{ si } y = 0 \end{cases}$$

En déduire les fonctions de coût moyen C_M et de coût marginal C_m et de demande de main d'oeuvre. Montrez que le seuil de rentabilité d'une entreprise est égal à $\frac{5}{3^{\frac{3}{5}}}\gamma^{\frac{3}{5}} w^{\frac{1}{5}} r^{\frac{4}{5}}$ et représentez sur un graphique la fonction d'offre totale inverse de ce secteur .

3. On suppose dorénavant que $r = w = \gamma = 1$ et $\alpha = 10$.

3.1. Montrez, qu'en l'absence d'entrée de nouvelles entreprises, si toutes celles qui sont présentes fonctionnent, l'équilibre (de court terme) est défini par l'équation :

$$\frac{m}{10} Log(\frac{10}{p}) = n(\frac{p}{5})^{\frac{2}{3}}$$

Montrez que cette équation a une unique racine p^*. Dans le cas où $m = 1000$ et $n = 100$, on admettra que p^* est approximativement égal à 4.14. Calculez le niveau de production y^* ainsi que les demandes d'équipement k^* et de main d'oeuvre l^* d'une entreprise représentative.

3.2. Montrez qu'avec cette spécification des paramètres, l'hypothèse de libre entrée conduit à un équilibre de long terme conduisant à l'entrée d'approximativement 109 nouvelles entreprises (Pour établir ce résultat, on admettra les approximations numériques suivantes : $\frac{5}{1.9332} \simeq 2.5864$, $100 Log \frac{10}{2.5864} \simeq 135.23$ et $(\frac{2.5864}{5})^{\frac{2}{3}} \simeq 0.64439$)

Dans la suite du problème, nous supposons $n = 100$. Nous continuons de supposer qu'il est possible d'ajuster le niveau d'équipement, même à court terme. Pour l'heure, les entreprises fonctionnent sur les bases numériques décrites à la question 3.1

4. On suppose que la valeur du paramètre α passe de 10 à 6. Montrez que ce changement dans les préférences conduit à une dégradation de la demande de ce produit alimentaire et que le nouveau prix d'équilibre est l'unique solution p^{**} de l'équation $\frac{10}{6}\ln(\frac{6}{p}) = (\frac{p}{5})^{\frac{2}{3}}$. On admettra que p^* est approximativement égal à 3.68. Calculez le niveau de production y^{**} ainsi que les demandes d'équipement k^{**} et de main d'oeuvre l^{**} d'une entreprise représentative. Comment analyser, à court terme, le problème de statique comparée décrit ci-dessus si le niveau d'équipement n'est pas ajustable c'est à dire si $k = k^*$?

5. On suppose à nouveau que $\alpha = 10$ et que suite à une découverte scientifique, la production de ce bien alimentaire peut être effectuée à l'aide d'une autre technologie utilisant les mêmes facteurs de production que la première. Cette technologie est décrite par la fonction de production :

$$y = \begin{cases} \sqrt{Min(\frac{k-K}{8}, l)} \text{ si } k \geq K \\ 0 \text{ si } k < K \end{cases}$$

où K est un paramètre positif représentant la quantité minimale d'équipement nécessaire à l'utilisation de cette technologie. Montrez que la présence de cette technologie ne change en rien l'analyse de l'équilibre menée à la question 3.1. dès l'instant où :

$$K > \left(\frac{4.14}{6}\right)^2 \simeq 0.4761$$

6. En supposant qu'un substitut parfait de ce produit alimentaire puisse être importé au prix $\overline{p} = 3.5$, déterminez le nouvel équilibre de ce marché. On suppose que le gouvernement met en place un droit de douane au taux t. Déterminez la valeur minimale de t qui décourage complètement les importateurs. Quelle est la perte de surplus collectif résultant de la mise en place d'une telle intervention ?

7. Dans cette question nous reprenons la spécification de la question 3 à l'exception de γ que nous supposons voisin de 0 de manière à négliger la question du seuil de rentabilité. Jusqu'ici nous avons supposé que la main d'oeuvre utilisée dans ce secteur avait des usages alternatifs et que les perturbations affectant ce secteur avaient un effet négligeable sur ce marché du travail. Dans cette question nous faisons l'hypothèse opposée que le seul emploi de cette main d'oeuvre se situe dans ce secteur (en raison d'une qualification difficilement convertible à court terme). Pourquoi n'est-il plus légitime de supposer $w = 1$ et d'étudier séparément le marché de ce bien de consommation alimentaire et le marché du travail de la main d'oeuvre ayant vocation à travailler exclusivement dans ce secteur ?

7.1. En supposant une offre de travail inélastique égale à $\overline{L}$, écrivez (sans chercher à les résoudre) les deux équations décrivant l'équilibre simultané des deux marchés. Montrez qu'après simplifications, les deux équations sont équivalentes aux deux équations suivantes :

$$\ln(\frac{10}{p}) = (\frac{p\overline{L}}{500})^{\frac{1}{4}}$$

$$w = (\frac{100}{\overline{L}})^{\frac{3}{4}}(\frac{p}{5})^{\frac{5}{4}}$$

Quel est l'effet d'une variation de $\overline{L}$ sur le prix d'équilibre p, sur le salaire d'équilibre ?

7.2. Dans ce qui suit on admettra que lorsque $\overline{L} = 1000$, $(p, w) = (2.308\,7, 6.768\,6 \times 10^{-2})$ constitue une solution du système d'équations de la question 7.1. Dans cette question, on suppose que des négociations salariales ont conduit à un salaire w égal à 7×10^{-2}. En notant p le nouveau prix d'équilibre du produit alimentaire, déterminez le volume du sous emploi en fonction de p. En supposant que le gouvernement souhaite indemniser les chômeurs à hauteur de 50% du revenu des salariés actifs dans ce secteur, calculez le coût fiscal du chômage. En supposant que le gouvernement souhaite financer cette dépense en levant une taxe indirecte d'un montant t sur la consommation de ce produit alimentaire, écrivez (sans chercher à les résoudre) les deux équations dont les deux inconnues sont p et t. Expliquez pourquoi le coût social de ce dispositif est supérieur au coût fiscal du chômage.

PROBLEME 7 (Aix, Septembre 2002)

On envisage le marché d'une production agricole A réalisée par des exploitations identiques qui utilisent l'engrais et la terre comme facteurs de production.. On note respectivement Q_A, X et T la production réalisée, la quantité d'engrais et la surface de terre utilisées dans une exploitation. La technologie d'une exploitation est décrite par la fonction de production :

$$Q_A = \begin{cases} X^{\frac{1}{3}}(T-2)^{\frac{1}{4}} \text{ si } T \geq 2 \\ 0 \text{ si } T < 2 \end{cases}$$

L' engrais est un facteur variable et son prix unitaire est égal à 1. La terre est un facteur fixe à court terme dont le prix est noté π. On suppose que le fonctionnement de ce marché est convenablement décrit par les propriétés du modèle concurrentiel .

1. Déterminez les fonctions de coût total, coût moyen et coût marginal à court terme et à long terme d'une exploitation. Calculez le seuil de rentabilité (à long terme) et la production correspondante.

2. Dans cette question et la suivante, on suppose $\pi = 1$. On fait l'hypothèse que la demande totale des ménages pour le produit A est décrit par la fonction :

$$D_A = 3000 - 200p$$

où D_A et p désignent respectivement la demande de bien A et son prix unitaire. Caractérisez l'équilibre de long terme de ce marché : prix, volume des transactions et nombre d'exploitations

3. Partant de la situation décrite à la question 2, on constate une intensification brutale de la demande de bien A qui est maintenant décrite par l'expression :

$$D_A = 5000 - 200p$$

A quelles conséquences doit-on s'attendre ? Vous distinguerez les réactions du marché dans le court terme et le long terme (vous poserez les équations sans chercher à les résoudre)

4. Partant de la situation décrite à la question 2, on suppose qu'un progrès technologique conduit à la fonction de production du produit A décrite ci-dessous :

$$\mathbf{Q}_A = \begin{cases} 2X^{\frac{1}{3}}(T-2)^{\frac{1}{4}} \text{ si } T \geq 2 \\ 0 \text{ si } T < 2 \end{cases}$$

A quelles conséquences doit-on s'attendre ? Vous distinguerez, une fois encore, les réactions du marché dans le court terme et le long terme.

PROBLEME 8 (Aix, Septembre 2002)

Dans ce problème, on se propose d'étudier l'équilibre partiel d'un marché dont la fonction de demande totale D est décrite par l'expression $D(p) = a - bp$ et dont l'offre résulte de N entreprises identiques dont la fonction d'offre y est décrite par l'expression :

$$y(p) = \begin{cases} cp \text{ si } p > d \\ 0 \text{ ou } cd \text{ si } p = d \\ 0 \text{ si } p < d \end{cases}$$

où p désigne le prix unitaire du bien et a, b, c et d désignent des paramètres positifs.

1. Déterminez la fonction d'offre totale $S(p)$ et tracez sur un même graphique les courbes représentatives des fonctions de demande totale et d'offre totale inverse. Calculez le prix d'équilibre de court terme. Pour quelles valeurs des paramètres les N entreprises sont-elles actives ? Calculez le surplus collectif à l'équilibre.

2. Déterminez l'équilibre de long terme résultant de la libre entrée sur ce marché.

3. On suppose que le gouvernement lève une taxe indirecte unitaire d'"un montant t sur la consommation de ce bien. Calculez la perte de surplus collectif résultant de cette intervention gouvernementale.

PROBLEME 9 (Toulouse, Mai 2003)

On envisage le marché d'une production agricole réalisée par deux types d'exploitations qui utilisent l'engrais et la terre comme facteurs de production. On note Q_1, X_1 et T_1 (respectivement Q_2, X_2 et T_2) la production réalisée, la quantité d'engrais et la surface de terre utilisées dans une exploitation de type 1 (respectivement de type 2). La technologie d'une exploitation de type 1 est décrite par la fonction de production :

$$Q_1 = \begin{cases} X_1^{\frac{1}{3}}(T_1 - 27)^{\frac{1}{3}} \text{ si } T_1 \geq 27 \\ 0 \text{ si } T_1 < 27 \end{cases}$$

alors que la technologie d'une exploitation de type 2 est décrite par la fonction de production :

$$Q_2 = \begin{cases} X_2^{\frac{1}{4}}(T_2 - 8)^{\frac{1}{4}} \text{ si } T_2 \geq 8 \\ 0 \text{ si } T_2 < 8 \end{cases}$$

Les engrais sont un facteur variable et leur prix unitaire est égal à 1. La terre est un facteur fixe à court terme dont le prix est noté π. On suppose que le fonctionnement de ce marché est convenablement décrit par les propriétés de la concurrence parfaite.

1. Déterminez les fonctions de coût total, coût moyen et coût marginal à court terme et à long terme des exploitations de type 1 et de type 2. Calculez le seuil de rentabilité et la production correspondante des deux types d'exploitations. Peut-on dire qu'une technologie est supérieure à l'autre ? On note N_1 (respectivement N_2) le nombre d'exploitations de type 1 (respectivement de type 2) et on suppose (pour le moment) que ces nombres sont fixés.

Déterminez l'offre totale $S(p)$ du produit agricole où p désigne le prix de vente unitaire du produit.

2. A partir de maintenant, nous supposons $\pi = 1$. On fait l'hypothèse que la demande totale des ménages pour le produit agricole est décrit par la fonction :

$$D(p) = 2000 - 200p$$

En supposant que les technologies décrivant les deux types d'exploitations font partie du domaine public (c'est à dire peuvent être adoptées, sans frais, par un entrepreneur), caractérisez l'équilibre de long terme de ce marché : prix, volume des transactions et nombre d'exploitations (vous montrerez, en particulier, que $N_1 = 0$).

3. Partant de la situation décrite à la question 2, on constate une intensification de la demande du bien agricole qui est maintenant décrite par l'expression :

$$D(p) = 3000 - 200p$$

A quelles conséquences doit-on s'attendre ? Vous distinguerez les réactions du marché dans le court terme et le long terme. Pour ce qui est du court terme, vous montrerez que l'équilibre est décrit par l'équation algébrique :

$$x^3 + x - 15 = 0$$

où $x \equiv \sqrt[3]{p}$. On admettra que la racine qui nous intéresse vaut approximativement 2.33 et donc que le prix de court terme vaut approximativement 12.67

4. Partant de la situation décrite à la question 2, on suppose qu'un progrès technologique conduit à la fonction de production décrite ci-dessous pour les exploitations de type 2 :

$$\mathbf{Q}_2 = \begin{cases} 2X_2^{\frac{1}{4}}(T_2 - 8)^{\frac{1}{4}} \text{ si } T_2 \geq 8 \\ 0 \text{ si } T_2 < 8 \end{cases}$$

A quelles conséquences doit-on s'attendre ? **Vous distinguerez, une fois encore, les réactions du marché dans le court terme et le long terme**.

5. Partant de l'équilibre de court terme de la question 3, on suppose qu'un substitut parfait de ce produit agricole peut être importé au prix $\overline{p} = 10$, déterminez le nouvel équilibre de ce marché. On suppose que le gouvernement met en place un droit de douane au taux t. Déterminez la valeur minimale de t qui décourage complètement les importateurs. Quelle est la perte de surplus collectif résultant de la mise en place d'une telle intervention ?

6. Partant, à nouveau, de l'équilibre de court terme de la question 3, on suppose maintenant que le gouvernement met en place une taxe sur la consommation de ce bien agricole. On note t le montant unitaire de cette taxe. Quelle est la perte de surplus collectif résultant de la mise en place d'une telle intervention ? Les ménages sont-ils les seuls agents économiques pénalisés par cette intervention ?

PROBLEME 10 (Toulouse, Septembre 2003)

On envisage le marché d'une production agricole réalisée par deux types d'exploitations qui utilisent l'engrais et la terre comme facteurs de production. On note Q_1, X_1 et T_1 (respectivement Q_2, X_2 et T_2) la production réalisée, la quantité d'engrais et la surface de terre utilisées dans une exploitation de type 1 (respectivement de type 2). La technologie d'une exploitation de type 1 est décrite par la fonction de production :

$$Q_1 = \begin{cases} X_1^{\frac{1}{3}}(T_1 - 8)^{\frac{1}{3}} \text{ si } T_1 \geq 8 \\ 0 \text{ si } T_1 < 8 \end{cases}$$

alors que la technologie d'une exploitation de type 2 est décrite par la fonction de production :

$$Q_2 = \begin{cases} X_2^{\frac{1}{4}}(T_2 - 18)^{\frac{1}{4}} \text{ si } T_2 \geq 18 \\ 0 \text{ si } T_2 < 18 \end{cases}$$

Les engrais sont un facteur variable et leur prix unitaire est égal à 1. La terre est un facteur fixe à court terme dont le prix est noté π. On suppose que le fonctionnement de ce marché est convenablement décrit par les propriétés de la concurrence parfaite.

1. Déterminez les fonctions de coût total, coût moyen et coût marginal à court terme et à long terme des exploitations de type 1 et de type 2. Calculez le seuil de rentabilité et la production correspondante des deux types d'exploitations. Peut-on dire qu'une technologie est supérieure à l'autre ? On note N_1 (respectivement N_2) le nombre d'exploitations de type 1 (respectivement de type 2) et on suppose (pour le moment) que ces nombres sont fixés. Déterminez l'offre totale $S(p)$ du produit agricole où p désigne le prix de vente unitaire du produit.

2. A partir de maintenant, nous supposons $\pi = 1$. On fait l'hypothèse que la demande totale des ménages pour le produit agricole est décrit par la fonction :

$$D(p) = 2000 - 200p$$

En supposant que les technologies décrivant les deux types d'exploitations font partie du domaine public (c'est à dire peuvent être adoptées, sans frais, par un entrepreneur), caractérisez l'équilibre de long terme de ce marché : prix, volume des transactions et nombre d'exploitations (vous montrerez, en particulier, que $N_2 = 0$).

3. Partant de la situation décrite à la question 2, on constate une intensification de la demande du bien agricole qui est maintenant décrite par l'expression :

$$D(p) = 3000 - 200p$$

A quelles conséquences doit-on s'attendre ? Vous distinguerez les réactions du marché dans le court, moyen et long terme. Pour ce qui est du court terme, vous montrerez que l'équilibre est décrit par l'équation algébrique :

$$3x^2 + 4x - 120 = 0$$

où $x \equiv \sqrt{\frac{8p}{3}}$. On admettra que la racine qui nous intéresse vaut $\frac{2}{3}\sqrt{91} - \frac{2}{3} \simeq 5.6929$ et donc que le prix vaut approximativement 12. Pour ce qui est du moyen terme, vous montrerez que l'équilibre est décrit par l'équation algébrique :

$$\frac{1}{9}x^2 + 2x - 30 = 0$$

et donc que le prix d'équilibre vaut: 9.7350

4. Partant de la situation décrite à la question 2, on suppose qu'un progrès technologique conduit à la fonction de production décrite ci-dessous pour les exploitations de type 2 :

$$\mathbf{Q}_2 = \begin{cases} 2X_1^{\frac{1}{3}}(T_1 - 8)^{\frac{1}{3}} \text{ si } T_1 \geq 8 \\ 0 \text{ si } T_1 < 8 \end{cases}$$

A quelles conséquences doit-on s'attendre ? **Vous distinguerez, une fois encore, les réactions du marché dans le court, le moyen et le long terme**.

5. Partant de l'équilibre de court terme de la question 3, on suppose qu'un substitut parfait de ce produit agricole peut être importé au prix $\overline{p} = 7$, déterminez le nouvel équilibre de ce marché. On suppose que le gouvernement met en place un droit de douane au taux t. Déterminez la valeur minimale de t qui décourage complètement les importateurs. Quelle est la perte de surplus collectif résultant de la mise en place d'une telle intervention ?

6. Partant, à nouveau, de l'équilibre de court terme de la question 3, on suppose maintenant que le gouvernement met en place une taxe sur la consommation de ce bien agricole. On note t le montant unitaire de cette taxe. Quelle est la perte de surplus collectif résultant de la mise en place d'une telle intervention ? Les ménages sont-ils les seuls agents économiques pénalisés par cette intervention ?

PROBLEME 11 (Toulouse, Mai 2004)

L'objet de ce problème est l'étude du marché d'un produit agricole. On analysera successivement le comportement de demande des ménages, le comportement d'offre des exploitations agricoles produisant ce bien et l'effet sur ce marché de certaines interventions gouvernementales. Nous supposerons réunies toutes les conditions légitimant l'emploi des méthodes d'analyse d'équilibre partiel.

1. Nous supposons que ce produit est consommé par m ménages identiques dont les préférences sont décrites par la fonction d'utilité $U(x, M) = M + v(x)$ où x et M désignent respectivement la quantité consommée de ce produit agricole et le montant des dépenses sur l'ensemble des autres biens. Nous supposons que :

$$v(x) = ax^b$$

où a et b sont des paramètres vérifiant : $a > 0$ et $0 < b < 1$

1.1. On note p le prix unitaire du produit agricole et R le revenu d'un ménage. Montrez que si $R \geq \left(\frac{p^b}{ab}\right)^{\frac{1}{b-1}}$, la demande Walrasienne du produit agricole $x(p)$ d'un ménage est définie par :

$$x(p) = \left(\frac{p}{ab}\right)^{\frac{1}{b-1}}$$

1.2. On suppose dorénavant que le revenu des ménages R est suffisamment élevé pour justifier la solution intérieure. Représentez sur un graphique la fonction de demande inverse d'un ménage et calculez le surplus d'un ménage. Exprimez la fonction de demande totale inverse de ce produit agricole.

1.3. Dans le cas où $a = 20$ et $b = \frac{1}{2}$, montrez que la demande agrégée de ce produit agricole est égale à $\frac{100m}{p^2}$.

2. Nous nous intéressons maintenant à l'offre de ce produit agricole. Nous supposons que la production est réalisée par n exploitations identiques utilisant la terre et la main d'oeuvre agricole comme facteurs de production. Nous noterons respectivement y, t et l la production réalisée, la surface de terre et la quantité de main d'oeuvre utilisées dans une exploitation. La technologie d'une exploitation est décrite par la fonction de production

$$y = \begin{cases} (t-1)^{\frac{1}{4}} l^{\frac{1}{4}} \text{ si } t \geq 1 \\ 0 \text{ si } t < 1 \end{cases}$$

2.1. Les prix unitaires de la terre et de la main d'oeuvre sont notés respectivement π et w. Montrez que la fonction de coût total (de long terme) d'une exploitation agricole s'écrit :

$$C(y) = \begin{cases} 2\pi^{\frac{1}{2}} w^{\frac{1}{2}} y^2 + \pi \text{ si } y > 0 \\ 0 \text{ si } y = 0 \end{cases}$$

En déduire les fonctions de coût moyen C_M et de coût marginal C_m. Montrez que le seuil de rentabilité d'une exploitation agricole est égal à $2\sqrt{2}\pi^{\frac{3}{4}} w^{\frac{1}{4}}$ et que l'échelle de production associée à ce seuil est égale à $\frac{\pi^{\frac{1}{4}}}{\sqrt{2} w^{\frac{1}{4}}}$. Représentez sur un graphique la fonction d'offre totale inverse de ce secteur agricole. **Déduisez du lemme de Shepard que la demande de terre d'une exploitation est égale à** $1 + \frac{p^2}{16 w^{\frac{1}{2}} \pi^{\frac{3}{2}}}$.

3. On suppose dorénavant que $a = 20$, $b = \frac{1}{2}$ et $\pi = w = 1$. Montrez qu'à l'équilibre de court terme, toutes les exploitations fonctionnent si et seulement si elles ne sont pas trop nombreuses :

$$n < \frac{400m}{8\sqrt{8}}$$

Montrez que lorsque $n = 100$ et $m = 16$, le prix d'équilibre de court terme est égal à 4 Montrez qu'avec cette spécification des paramètres, l'hypothèse de libre entrée conduit à un équilibre de long terme comportant approximativement 284 exploitations agricoles.

Dans la suite du problème, nous nous limitons à l'équilibre de court terme avec $n = 100$.

4. On suppose maintenant que ce secteur enregistre un choc de demande : précisément, nous supposons que le paramètre a prend désormais la valeur 40. Par ailleurs, nous supposons que la terre est un facteur fixe à court terme. Aprés avoir remarqué que la quantité de surface agricole de chaque exploitation avant le choc est égale 2, montrez que la fonction de coût total (de court terme) d'une exploitation agricole s'écrit :

$$C^{CT}(y) = y^4 + 2$$

En déduire les fonctions de coût moyen C_M^{CT} et de coût marginal C_m^{CT}. En déduire qu'à court terme, le prix du produit agricole s'élève à la valeur $4^{\frac{1}{7}} (64)^{\frac{3}{7}} \simeq 7.246$. Quelle est la réaction du marché à long terme ?

5. On suppose maintenant que suite à de fortes inondations une fraction des terres agricoles est indisponible et qu'en conséquence le loyer des terres restantes double, c'est à dire $\pi = 2$. Sans faire les calculs dans les moindres détails, décrivez les réactions du marché à court terme et à long terme.

6. Dans cette dernière question, nous supposons que le gouvernement (dans le but de soutenir le revenu de ces exploitants agricoles) verse une subvention d'un montant unitaire s. Quel est l'impact de cette politique sur le prix et le

volume des transactions ? Quel est le gain de cette politique pour les ménages ? Quel est le gain de cette politique pour les entreprises agricoles ? Quel est le coût fiscal de cette opération ? Quel est le coût ou le gain de cette politique pour l'ensemble de la collectivité ? Expliquez ce résultat et proposez, le cas échéant, une politique alternative de soutien aux revenus agricoles qui lui soit supérieure.

Si un euro perdu par un ménage ou un contribuable est jugé équivalent à λ euros gagnés par un agriculteur, quelle doit être la valeur minimale de λ pour affirmer que cette politique est supérieure au laissez faire ?

PROBLEME 12 (Toulouse, Septembre 2004)

On envisage le marché d'une production agricole réalisée par deux types d'exploitations qui utilisent l'engrais et la terre comme facteurs de production. On note Q_1, X_1 et T_1 (respectivement Q_2, X_2 et T_2) la production réalisée, la quantité d'engrais et la surface de terre utilisées dans une exploitation de type 1 (respectivement de type 2). La technologie d'une exploitation de type 1 est décrite par la fonction de production :

$$Q_1 = \begin{cases} X_1^{\frac{1}{3}}(T_1 - 27)^{\frac{1}{3}} \text{ si } T_1 \geq 27 \\ 0 \text{ si } T_1 < 27 \end{cases}$$

alors que la technologie d'une exploitation de type 2 est décrite par la fonction de production :

$$Q_2 = \begin{cases} X_2^{\frac{1}{4}}(T_2 - 49)^{\frac{1}{4}} \text{ si } T_2 \geq 49 \\ 0 \text{ si } T_2 < 49 \end{cases}$$

Les engrais sont un facteur variable et leur prix unitaire est égal à 1. La terre est un facteur fixe à court terme dont le prix est noté π. On suppose que le fonctionnement de ce marché est convenablement décrit par les propriétés de la concurrence parfaite.

1. Déterminez les fonctions de coût total, coût moyen et coût marginal à court terme et à long terme des exploitations de type 1 et de type 2. Calculez le seuil de rentabilité et la production correspondante des deux types d'exploitations. Peut-on dire qu'une technologie est supérieure à l'autre ? On note N_1 (respectivement N_2) le nombre d'exploitations de type 1 (respectivement de type 2) et on suppose (pour le moment) que ces nombres sont fixés. Déterminez l'offre totale $S(p)$ du produit agricole où p désigne le prix de vente unitaire du produit.

2. A partir de maintenant, nous supposons $\pi = 1$. On fait l'hypothèse que la demande totale des ménages pour le produit agricole est décrit par la fonction :

$$D(p) = 6300 - 200p$$

En supposant que les technologies décrivant les deux types d'exploitations font partie du domaine public (c'est à dire peuvent être adoptées, sans frais, par un entrepreneur), caractérisez l'équilibre de long terme de ce marché : prix, volume des transactions et nombre d'exploitations.

3. Partant de la situation décrite à la question 2, on constate une intensification de la demande du bien agricole qui est maintenant décrite par l'expression :

$$D(p) = 10000 - 200p$$

A quelles conséquences doit-on s'attendre ? Vous distinguerez les réactions du marché dans le court terme et le long terme. Pour ce qui est du court terme, vous déterminerez l'équation algébrique décrivant l'équilibre et calculerez le prix d'équilibre.

4. Partant de l'équilibre de court terme de la question 3, on suppose qu'un substitut parfait de ce produit agricole peut être importé au prix $\overline{p} = 10$, déterminez le nouvel équilibre de ce marché. On suppose que le gouvernement met en place un droit de douane au taux t. Déterminez la valeur minimale de t qui décourage complètement les importateurs. Quelle est la perte de surplus collectif résultant de la mise en place d'une telle intervention ?

5. Partant, à nouveau, de l'équilibre de court terme de la question 3, on suppose maintenant que le gouvernement met en place une taxe sur la consommation de ce bien agricole. On note t le montant unitaire de cette taxe. Quelle est la perte de surplus collectif résultant de la mise en place d'une telle intervention ? Les ménages sont-ils les seuls agents économiques pénalisés par cette intervention ?

PROBLEME 13 (Toulouse, Mai 2005)

On envisage le marché d'une production agricole réalisée par deux types d'exploitations qui utilisent l'engrais et la terre comme facteurs de production. On note Q_1, X_1 et T_1 (respectivement Q_2, X_2 et T_2) la production réalisée, la quantité d'engrais et la surface de terre utilisées dans une exploitation de type 1 (respectivement de type 2). La technologie d'une exploitation de type 1 est décrite par la fonction de production :

$$Q_1 = \begin{cases} \gamma X_1^{\frac{1}{3}}(T_1 - K)^{\frac{1}{3}} \text{ si } T_1 \geq K \\ \hfill 0 \text{ si } T_1 < K \end{cases}$$

où K et γ sont des paramètres positifs. Dans le cas d'une exploitation de type 2, le chef d'entreprise peut choisir entre deux techniques de production. La production d'une unité de produit agricole nécessite 1 unité d'engrais et 1 unité de terre lorsque la première technique est utilisée alaors alors que la seconde nécessite 2 unités d'engrais mais simplement $\frac{1}{2}$ unité de terre. Toute combinaison de ces deux techniques est envisageable.

Les engrais sont un facteur variable et leur prix unitaire est égal à 1. La terre est un facteur fixe à court terme dont le prix est noté π. On suppose que le fonctionnement de ce marché est convenablement décrit par les propriétés de la concurrence parfaite. Dans ce qui suit, par court terme, on entend la situation où il n'y aucune entrée ou sortie d'exploitations, ni ajustement des quantités utilisées de terre. Par moyen terme, on entend la situation où il n'y aucune entrée ou sortie d'exploitations mais où les exploitations en place ont ajusté leurs achats de terre. Par long terme, on entend la situation le nombre d'exploitations est variable et où celles ci ajustent sans contraintes leurs achats de terre.

1. Déterminez la fonction de production d'une exploitation de type 2. Quelle est la nature des rendements d'échelle de cette technologie ? Représentez une isoquante pour chacune des deux technologies. Déterminez les fonctions de coût total, coût moyen et coût marginal de court terme et de long terme des exploitations de type 1 et de type 2. Calculez le seuil de rentabilité et la production correspondante des deux types d'exploitations. Peut-on dire qu'une technologie est supérieure à l'autre ?

2. On note N_1 (respectivement N_2) le nombre d'exploitations de type 1 (respectivement de type 2) et on suppose (pour le moment) que ces nombres sont fixés. On supposera, à partir de maintenant, que : $\pi = 8$, $K = 125$ et $\gamma = 15$. Déterminez l'offre totale $S(p)$ du produit agricole où p désigne le prix de vente unitaire du produit.

3. On fait l'hypothèse que la demande totale des ménages pour le produit agricole est décrit par la fonction :

$$D(p) = 9500 - 500p$$

Décrivez l'équilibre de moyen terme lorsque $N_1 = 1$ et $N_2 = 10$. En supposant que les technologies décrivant les deux types d'exploitations font partie du domaine public (c'est à dire peuvent être adoptées, sans frais, par un entrepreneur), caractérisez l'équilibre de long terme de ce marché : prix, volume des transactions et nombre d'exploitations.

4. Partant de la situation de long terme décrite à la question 3, on constate une intensification de la demande du bien agricole qui est maintenant décrite par l'expression :

$$D(p) = 17000 - 500p$$

A quelles conséquences doit-on s'attendre ? Vous distinguerez les réactions du marché dans le court terme, le moyen terme et le long terme. Exprimez l'équation algébrique décrivant l'équilibre de moyen terme et déterminez le niveau de prix correspondant.

5. Partant de l'équilibre de moyen terme de la question 4, on suppose qu'un substitut parfait de ce produit agricole peut être importé au prix $\underline{p} = \frac{4}{15}\sqrt{514} - \frac{23}{15} \simeq 4.512\,4$. Déterminez le nouvel équilibre de ce marché. On suppose que le gouvernement met en place un droit de douane au taux t. Déterminez la valeur minimale de t qui décourage complètement les importateurs. Quelle est la perte de surplus collectif résultant d'une telle intervention ?

6. Partant, à nouveau, de l'équilibre de moyen terme de la question 4, on suppose maintenant que le gouvernement met en place une taxe sur la consommation de ce bien agricole. On note t le montant unitaire de cette taxe. Quelle est la perte de surplus collectif résultant de la mise en place d'une telle intervention ? Les ménages sont-ils les seuls agents économiques pénalisés par cette intervention ?

PROBLEME 14 (Toulouse, Mai 2005)

On considère un chef d'entreprise qui produit un bien unique en utilisant cinq inputs différents. Il dispose de quatre techniques décrites par les vecteurs suivants

$$\begin{aligned} a^1 &= (1,2,3,4,1) \\ a^2 &= (2,1,5,1,1) \\ a^3 &= (3,2,1,1,1) \\ a^4 &= (\frac{7}{3},2,\frac{10}{3},\frac{7}{3},2) \end{aligned}$$

On suppose qu'il peut combiner à sa guise ces quatre techniques.

1. Expliquez pourquoi il n'utilisera jamais la technique a^4.

2. On se place à court terme en supposant que les facteurs 3, 4 et 5 sont disponibles en quantités fixes égales respectivement à 150, 100 et 400. On suppose que le prix de vente du produit est égal à 100 et que les coûts unitaires des facteurs 1 et 2 (c'est à dire les facteurs variables) valent respectivement 10 et 20. On ignore les coûts irrécupérables. Exprimez le problème de ce chef d'entreprise comme un programme linéaire avec 3 variables et 3 contraintes (sans compter les contraintes de non négativité des variables). Expliquez pourquoi la troisième contrainte peut être ignorée.

3. Ecrivez le programme dual du programme primal réduit et procédez à une résolution géométrique.

4. En utilisant le théorème de dualité, que déduisez vous de la résolution du programme dual ? Quelles informations sont fournies par le calcul des variables duales ?

PROBLEME 15 (Toulouse, Septembre 2005)

On envisage le marché d'une production agricole réalisée par deux types d'exploitations qui utilisent l'engrais et la terre comme facteurs de production. On note Q_1, X_1 et T_1 (respectivement Q_2, X_2 et T_2) la production réalisée, la quantité d'engrais et la surface de terre utilisées dans une exploitation de type 1 (respectivement de type 2). La technologie d'une exploitation de type 1 est décrite par la fonction de production :

$$Q_1 = \begin{cases} \gamma X_1^{\frac{1}{3}} (T_1 - 64)^{\frac{1}{3}} \text{ si } T_1 \geq 64 \\ 0 \text{ si } T_1 < 64 \end{cases}$$

où γ un paramètre positif. La technologie d'une exploitation de type 2 est décrite par la fonction de production $Q_2 = Min\left(\frac{X_2}{3}, T_2\right)$.

Les engrais sont un facteur variable et leur prix unitaire est égal à 1. La terre est un facteur fixe à court terme dont le prix est noté π. On suppose que le fonctionnement de ce marché est convenablement décrit par les propriétés de la concurrence parfaite. Dans ce qui suit, par court terme, on entend la situation où il n'y aucune entrée ou sortie d'exploitations, ni ajustement des quantités utilisées de terre. Par moyen terme, on entend la situation où il n'y aucune entrée ou sortie d'exploitations mais où les exploitations en place ont ajusté leurs achats de terre. Par long terme, on entend la situation le nombre d'exploitations est variable et où celles ci ajustent sans contraintes leurs achats de terre.

1. Quelle est la nature des rendements d'échelle de la technologie des exploitations de type 2 ? Déterminez les fonctions de coût total, coût moyen et coût marginal de court terme et de long terme des exploitations de type 1 et de type 2. Calculez le seuil de rentabilité et la production correspondante des deux types d'exploitations. Peut-on dire qu'une technologie est supérieure à l'autre ?

2. On note N_1 (respectivement N_2) le nombre d'exploitations de type 1 (respectivement de type 2) et on suppose (pour le moment) que ces nombres sont fixés. On supposera, à partir de maintenant, que : $\pi = 27$ et $\gamma = \frac{9}{2}$. Déterminez l'offre totale $S(p)$ du produit agricole où p désigne le prix de vente unitaire du produit.

3. On fait l'hypothèse que la demande totale des ménages pour le produit agricole est décrit par la fonction :

$$D(p) = 6720 - 100p$$

Décrivez l'équilibre de moyen terme lorsque $N_1 = N_2 = 10$. En supposant que les technologies décrivant les deux types d'exploitations font partie du domaine public (c'est à dire peuvent être adoptées, sans frais, par un entrepreneur), caractérisez l'équilibre de long terme de ce marché : prix, volume des transactions et nombre d'exploitations.

4. Partant de la situation de long terme décrite à la question 3, on constate une intensification de la demande du bien agricole qui est maintenant décrite par l'expression :

$$D(p) = 7800 - 100p$$

A quelles conséquences doit-on s'attendre ? Vous distinguerez les réactions du marché dans le court terme, le moyen terme et le long terme. Exprimez l'équation algébrique décrivant l'équilibre de moyen terme et déterminez le niveau de prix correspondant.

5. Partant de l'équilibre de moyen terme de la question 4, on suppose qu'un substitut parfait de ce produit agricole peut être importé au prix $\underline{p} = \frac{4}{3}\sqrt{610} - \frac{23}{3} \simeq 25.264$, déterminez le nouvel équilibre de ce marché. On suppose que le gouvernement met en place un droit de douane au taux t. Déterminez la valeur minimale de t qui décourage complètement les importateurs. Quelle est la perte de surplus collectif résultant d'une telle intervention ?

6. Partant, à nouveau, de l'équilibre de moyen terme de la question 4, on suppose maintenant que le gouvernement met en place une taxe sur la consommation de ce bien agricole. On note t le montant unitaire de cette taxe. Quelle est la perte de surplus collectif résultant de la mise en place d'une telle intervention ? Les ménages sont-ils les seuls agents économiques pénalisés par cette intervention ?

PROBLEME 16 (Toulouse, Mai 2006)

On envisage le marché d'un bien de consommation dont la production est réalisée par deux types d'entreprises qui utilisent deux facteurs de production. On note Q_1, X_1 et Y_1 (respectivement Q_2, X_2 et Y_2) la production réalisée, la quantité d'input 1 et la quantité d'input 2 utilisées dans une entreprise de type 1 (respectivement de type 2). La technologie d'une entreprise de type 1 est décrite par la fonction de production :

$$Q_1 = \begin{cases} \gamma X_1^{\frac{1}{4}}(Y_1 - 1)^{\frac{1}{4}} \text{ si } Y_1 \geq 1 \\ 0 \text{ si } Y_1 < 1 \end{cases}$$

où γ est un paramètre positif. Dans le cas d'une entreprise de type 2, le chef d'entreprise peut choisir entre deux techniques de production. La production d'une unité du produit nécessite 1 unité de facteur 1 et 1 unité de facteur 2 lorsque la première technique est utilisée alors que la seconde nécessite θ unités de facteur 1 mais simplement $\frac{1}{2}$ unité de facteur 2 où θ est un paramètre supérieur à 1. Toute combinaison de ces deux techniques est envisageable.

Le facteur 1 est un facteur variable dont le prix unitaire est égal à 1. Le facteur 2 est un facteur fixe à court terme dont le prix est noté π. On suppose que le fonctionnement de ce marché est convenablement décrit par les propriétés de la concurrence parfaite. Dans ce qui suit, par court terme, on entend la situation où il n'y aucune entrée ou sortie d'entreprises, ni ajustement des quantités utilisées de facteur 2. Par moyen terme, on entend la situation où il n'y aucune entrée ou sortie d'entreprises mais où les entreprises en place ont ajusté leurs achats d'input 2. Par long terme, on entend la situation le nombre d'entreprises est variable et où celles ci ajustent sans contraintes leurs achats d'input 2.

1. Quelle est la nature des rendements d'échelle des technologies des deux types d'entreprises ? Représentez une isoquante pour chacune des deux technologies. Déterminez les fonctions de coût total, coût moyen et coût marginal de court terme et de long terme des entreprises de type 1. Déterminez les fonctions de coût total, coût moyen et coût marginal de long terme des entreprises de type 2 Calculez le seuil de rentabilité et la production correspondante des deux types d'entreprises. Peut-on dire qu'une technologie est supérieure à l'autre ?

2. On note N_1 (respectivement N_2) le nombre d'entreprises de type 1 (respectivement de type 2) et on suppose (pour le moment) que ces nombres sont fixés. On supposera, à partir de maintenant, que : $\pi = 4$ et $\gamma = 10$. Déterminez l'offre totale (de moyen terme) $S(p)$ du bien de consommation où p désigne le prix de vente unitaire du produit.

3. On fait l'hypothèse que la demande totale des ménages pour le bien de consommation est décrite par la fonction

$$D(p) = 600 - 200p$$

Décrivez l'équilibre de moyen terme lorsque $N_1 = 8$ et $N_2 = 10$. Vous montrerez en particulier que les entreprises de type 2 sont inactives. En supposant que les technologies décrivant les deux types d'entreprises font partie du domaine public (c'est à dire peuvent être adoptées, sans frais, par un entrepreneur), caractérisez l'équilibre de long terme de ce marché : prix, volume des transactions et nombre d'entreprises.

4. Partant de la situation de long terme décrite à la question 3, on constate une intensification de la demande du bien de consommation qui est maintenant décrite par l'expression

$$D(p) = 1000 - 200p$$

A quelles conséquences doit-on s'attendre ? Vous distinguerez les réactions du marché dans le court terme, le moyen terme et le long terme. S'agissant du court terme, vous écrirez l'équation décrivant l'équilibre sans chercher à la résoudre.

5. Partant, à nouveau, de l'équilibre de moyen terme de la question 3, on suppose maintenant que le gouvernement met en place une taxe sur la consommation de ce bien de consommation. On note t le montant unitaire de cette taxe. Quelle est la perte de surplus collectif résultant de la mise en place d'une telle intervention ? Les ménages sont-ils les seuls agents économiques pénalisés par cette intervention ?

6. On suppose que la production d'une unité de bien donne lieu à l'émission d'une unité de déchets toxiques et que chaque ménage est disposé à payer λ euros pour une diminution d'une unité de déchets toxiques où λ est un paramètre positif. On suppose par ailleurs que deux technologies à rendements d'échelle constants peuvent être utilisées pour éliminer ces déchets. La première n'utilise que le facteur 1 : il faut 2 unités du facteur 1 pour éliminer une unité de déchets toxiques. La seconde utilise une machine qui coûte C euros mais ne nécessite qu'une moitié de facteur 1 pour éliminer une unité de déchets. Quelle est la fonction de coût de cette technologie de dépollution ? **Dans ce nouveau contexte, en notant m le nombre de ménages, comment revoir le calcul et les conclusions de la question 5 en supposant que l'état consacre exclusivement les recettes fiscales ainsi collectées à la dépollution?**

PROBLEME 17 (Toulouse, Mai 2006)

On considère une entreprise monoproduit utilisant deux facteurs de production. On note Q la production réalisée et Z_1 et Z_2 les quantités d'input 1 et d'input 2 utilisées. La technologie est décrite par la fonction de production :

$$Q = 1 - e^{-\alpha Z_1} + Z_2$$

où α est un paramètre supérieur à 1.

1. Représentez une isoquante.

2. On notera w_1 et w_2 les prix unitaires des deux facteurs. Déterminez la fonction de coût total de long terme; exprimez la fonction dans le cas où $w_1 = w_2 = 1$. Les deux facteurs de production sont-ils toujours utilisés ?

PROBLEME 18 (Toulouse, Mai 2006)

Un statisticien ayant observé le comportement d'offre et de demande de facteurs d'une entreprise monoproduit pendant plusieurs périodes consécutives écrit dans un rapport :

"Parfois, lorsque le prix d'un input diminuait (les autres prix restant inchangés), j'observais une réduction de l'offre de l'entreprise. Je trouvais cela étrange car ces conditions de coût plus avantageuses amélioraient la rentabilité de l'entreprise. J'ai aussi, en d'autres occasions, observé la diminution de la demande de ce même input alors que la production de l'entreprise augmentait".

De telles observations vous semblent-elles compatibles avec la théorie de l'entreprise concurrentielle exposée en cours ? Vous semblent-elles logiquement

reliées ?

PROBLEME 19 (Toulouse, Mai 2006)

Un statisticien ayant observé la production et le comportement de demande de facteurs d'une entreprise monoproduit employant deux facteurs en a conclu que la fonction de coût total de cette entreprise $C(q, w_1, w_2)$ où q désigne la volume de production et $\mathbf{w_1}$(respectivement $\mathbf{w_2}$) désigne le prix unitaire de l'input 1 (respectivement 2) était "convenablement" décrite par l'expression :

$$\mathbf{q}(\mathbf{2w_1} + \mathbf{14}\sqrt{\mathbf{w_1}}\sqrt{\mathbf{w_2}} + \mathbf{w_2})$$

1. Cette expression mathématique est-elle compatible avec les propriétés d'une fonction de coût exposées dans le cours ? Peut-on en déduire une information sur les rendements d'échelle ? Que déduisez vous du lemme de Shepard ?

2. Un autre statisticien ayant accès à la même base de données a conclu que la fonction de production de cette entreprise $q = f(z_1, z_2)$ où z_1(respectivement z_2) désigne la quantité utilisée de l'input 1 (respectivement 2) était "convenablement" décrite par l'expression :

$$\frac{2z_1z_2}{z_1 + 2z_2 + \sqrt{4\left(z_2\right)^2 + \left(z_1\right)^2 + 192z_1z_2}}$$

Que pensez vous des rendements d'échelle de cette technologie ? Représentez l'isoquante attachée à la production $q = 1$.

3. Les "estimations" des deux statisticiens vous semblent-elles en harmonie ?

PROBLEME 20 (Toulouse, Septembre 2006)

On envisage le marché d'une production agricole réalisée par deux types d'exploitations qui utilisent l'engrais et la terre comme facteurs de production. On note Q_1, X_1 et T_1 (respectivement Q_2, X_2 et T_2) la production réalisée, la quantité d'engrais et la surface de terre utilisées dans une exploitation de type 1 (respectivement de type 2). La technologie d'une exploitation de type 1 est décrite par la fonction de production :

$$Q_1 = \begin{cases} \gamma X_1^{\frac{1}{4}}(T_1 - 36)^{\frac{1}{4}} \text{ si } T_1 \geq 36 \\ 0 \text{ si } T_1 < 36 \end{cases}$$

où γ un paramètre positif. La technologie d'une exploitation de type 2 est décrite par la fonction de production $Q_2 = Min\left(\frac{X_2}{5}, T_2\right)$.

Les engrais sont un facteur variable et leur prix unitaire est égal à 1. La terre est un facteur fixe à court terme dont le prix est noté π. On suppose que le fonctionnement de ce marché est convenablement décrit par les propriétés de la concurrence parfaite. Dans ce qui suit, par court terme, on entend la situation où il n'y aucune entrée ou sortie d'exploitations, ni ajustement des quantités utilisées de terre. Par moyen terme, on entend la situation où il n'y aucune entrée ou sortie d'exploitations mais où les exploitations en place ont ajusté leurs achats de terre. Par long terme, on entend la situation le nombre d'exploitations est variable et où celles ci ajustent sans contraintes leurs achats de terre.

1. Quelle est la nature des rendements d'échelle de la technologie des exploitations de type 2 ? Déterminez les fonctions de coût total, coût moyen et coût marginal de court terme et de long terme des exploitations de type 1 et de type 2. Calculez le seuil de rentabilité et la production correspondante des deux types d'exploitations. Peut-on dire qu'une technologie est supérieure à l'autre ?

2. On note N_1 (respectivement N_2) le nombre d'exploitations de type 1 (respectivement de type 2) et on suppose (pour le moment) que ces nombres sont fixés. On supposera, à partir de maintenant, que : $\pi = 1$ et $\gamma = 10$. Déterminez l'offre totale $S(p)$ du produit agricole où p désigne le prix de vente unitaire du produit.

3. On fait l'hypothèse que la demande totale des ménages pour le produit agricole est décrit par la fonction :

$$D(p) = 1400 - 100p$$

Décrivez l'équilibre de moyen terme lorsque $N_1 = N_2 = 10$. En supposant que les technologies décrivant les deux types d'exploitations font partie du domaine public (c'est à dire peuvent être adoptées, sans frais, par un entrepreneur), caractérisez l'équilibre de long terme de ce marché : prix, volume des transactions et nombre d'exploitations. S'agissant du nombre d'exploitations, vous prendrez l'entier le plus proche de la solution obtenue.

4. Partant de la situation de long terme décrite à la question 3, on constate une intensification de la demande du bien agricole qui est maintenant décrite par l'expression :

$$D(p) = 1700 - 100p$$

A quelles conséquences doit-on s'attendre ? Vous distinguerez les réactions du marché dans le court terme, le moyen terme et le long terme.

5. Partant de l'équilibre de moyen terme de la question 3, on suppose qu'un substitut parfait de ce produit agricole peut être importé au prix $\underline{p} = 3$, déterminez le nouvel équilibre de ce marché. On suppose que le gouvernement met en place un droit de douane au taux t. Déterminez la valeur minimale de t qui décourage complètement les importateurs. Quelle est la perte de surplus collectif résultant d'une telle intervention ?

6. Partant, à nouveau, de l'équilibre de moyen terme de la question 4, on suppose maintenant que le gouvernement met en place une taxe sur la consommation de ce bien agricole. On note t le montant unitaire de cette taxe. Quelle est la perte de surplus collectif résultant de la mise en place d'une telle intervention ? Les ménages sont-ils les seuls agents économiques pénalisés par cette intervention ?

PROBLEME 21 (Toulouse, Mai 2007)

On envisage le marché d'un bien de consommation finale constitué de l'assemblage de deux composants : une unité du bien est constituée d'une unité du premier composant et de deux unités du second. Les deux composants sont produits séparément à l'aide de trois facteurs de production, matières premières, main d'oeuvre, et équipements/terrains, par des entreprises, supposées identiques. On note Q_1, X_1, Y_1 et Z_1 (respectivement Q_2, X_2, Y_2 et Z_2) la production réalisée du premier (respectivement second) composant, la quantité d'input 1, la quantité d'input 2 et la quantité d'input 3 utilisées dans la production du premier (respectivement second) composant par une entreprise. On supposera que l'input 3 est indivisible et que Z_i ne peut prendre que les valeurs 0 ou 1, où $Z_i = 0$ doit être interprété comme signifiant qu'aucun achat d'équipements/terrains n'a été réalisé pour la production du composant i. Les technologies de production de chacun des deux composants sont supposées identiques et décrites par les fonctions de production :

$$Q_i = X_i^{\frac{1}{4}} Y_i^{\frac{1}{4}} Z_i$$

où $i = 1, 2$.

Les facteurs 1et 2 sont des facteurs variables dont les prix unitaires sont respectivement égaux à 1 et w. Le facteur 3 est un facteur fixe à court terme dont le prix est noté F. On suppose que le fonctionnement de ce marché est convenablement décrit par les propriétés de la concurrence parfaite. Dans ce qui suit, par court terme, on entend la situation où il n'y aucune entrée ou sortie d'entreprises, ni ajustement des quantités utilisées de facteur 3. Par moyen terme, on entend la situation où il n'y aucune entrée ou sortie d'entreprises mais où les entreprises en place ont ajusté leurs achats d'input 3. Par long terme, on entend la situation où le nombre d'entreprises est variable et où celles-ci ajustent sans contraintes leurs achats d'input 3.

1. On notera Q la quantité du bien de consommation finale produite par une entreprise et X, Y et Z les quantités totales de matières premières, main d'oeuvre et équipements/terrains achetées par une entreprise; $Z = 2$ doit être interprété comme signifiant que les équipements/terrains permettant la production des deux composants ont été achetés.

1.1. En ignorant les coûts d'assemblage, démontrez que la technologie d'une entreprise est décrite par la fonction de production

$$\mathbf{Q} = \begin{cases} \frac{X^{\frac{1}{4}}Y^{\frac{1}{4}}}{\sqrt{5}} \text{ si } Z = 2 \\ 0 \text{ sinon} \end{cases}$$

1.2. Quelle est la nature des rendements d'échelle d'une entreprise de ce secteur ? Représentez graphiquement une isoquante. Déterminez les fonctions de coût total, coût moyen et coût marginal de court terme et de long terme d'une entreprise. Y a t-il d'importantes différences ? Calculez les seuils de rentabilité et de fermeture d'une entreprise.

2. On note N le nombre d'entreprises installées dans ce secteur (elles ont donc acheté les équipements/terrains indispensables à l'ouverture de leurs deux sites de production) et on suppose (pour le moment) que ce nombre est fixé. On supposera, à partir de maintenant, que $F = 5$ et $w = 1$. Déterminez l'offre totale (de moyen terme) $S(p)$ du bien de consommation où p désigne le prix de vente unitaire du produit.

3. On fait l'hypothèse que la demande totale des ménages pour le bien de consommation est décrite par la fonction

$$D(p) = 60 - p$$

Décrivez l'équilibre de moyen terme lorsque $N = 20$. Caractérisez l'équilibre de long terme de ce marché : prix, volume des transactions et nombre d'entreprises.

4. Partant de la situation de long terme décrite à la question 3, on constate une intensification de la demande du bien de consommation qui est maintenant décrite par l'expression

$$D(p) = 81 - p$$

A quelles conséquences doit-on s'attendre ? Vous distinguerez (si nécessaire) les réactions du marché dans le court terme, le moyen terme et le long terme.

5. Partant, à nouveau, de l'équilibre de long terme de la question 3, on suppose maintenant que le gouvernement met en place une charge sur les salaires d'un montant unitaire égal à t : le coût unitaire du travail est donc désormais égal à $1 + t$. A quelles conséquences doit-on s'attendre ?

6. **Partant, cette fois, de l'équilibre de moyen terme de la question 3, on suppose que le gouvernement promet aux entreprises un prix garanti égal à** 40. **Calculez l'excès d'offre. On suppose que le gouvernement rachète ces excédents au prix garanti. Quel est le montant de son déficit budgétaire ? On suppose qu'ensuite, le gouvernement restitue ces excédents, aux ménages ayant des**

revenus modestes au prix avantageux de 20. En supposant que ces ménages sont précisément ceux ayant une disposition à payer inférieure à 40, va t-il écouler les excédents? Quel est son nouveau déficit budgétaire ? Calculez le gain ou la perte de surplus collectif résultant de cette politique économique (en considérant comme référence le libre fonctionnement de ce marché concurrentiel).

7. Le but de cette dernière question est d'examiner les conséquences d'un choix technologique plus complexe que celui décrit à la question 1. Nous avons supposé que les productions des deux composants étaient effectuées séparément, disons pour imager, dans des sites de production géographiquement distincts. Supposons maintenant que l'entreprise peut à l'inverse opter pour la construction d'un unique site de production où les deux composants sont fabriqués selon la technologie :

$$\mathbf{Q}_1+\mathbf{Q}_2= \mathbf{X}^{\frac{1}{4}}\mathbf{Y}^{\frac{1}{4}}\mathbf{Z}$$

Ici les facteurs, peuvent être utilisés de manière indifférenciée à la production d'une unité du composant 1 ou du composant 2 car les deux composants sont supposés être des substituts parfaits du point de vue de leur production. Expliquez pourquoi cette option technologique n'est pas à écarter à priori. Pour quelles valeurs de Q, l'avantage sur les coûts fixes de la solution "concentrée" est t-il dominé par la perte sur les coûts variables de cette solution ? Que devient cet arbitrage lorsque la production des composants 2 doit être transportée sur le site de production du composant 1 au prix unitaire de d.

En supposant que la production des composants 2 puisse être déléguée à un sous-traitant au prix unitaire de p_2, que devient la fonction de coût total ? Quand est-il est opportun pour l'entreprise d'utiliser cette option ?

PROBLEME 22 (Toulouse, Mai 2007)

On considère une entreprise monoproduit utilisant deux facteurs de production. On note Q la production réalisée et Z_1 et Z_2 les quantités d'input 1 et d'input 2 utilisées. La technologie est décrite par la fonction de production :

$$Q = \alpha Log(Z_1 + 1) + Z_2$$

où α est un paramètre positif.

1. Représentez une isoquante.

2. On notera w_1 et w_2 les prix unitaires des deux facteurs. Déterminez la fonction de coût total de long terme et les demandes conditionnelles de facteurs. Les deux facteurs de

production sont-ils toujours utilisés ? Exprimez la fonction dans le cas où $w_1 = w_2 = 1$. Comparer la fonction de coût total à celle obtenue dans le cas où l'entreprise ne serait pas autorisée à utiliser simultanément les deux facteurs.

PROBLEME 23 (Toulouse, Septembre 2007)

On envisage le marché d'une production agricole réalisée par deux types d'exploitations qui utilisent l'engrais et la terre comme facteurs de production. On note Q_1, X_1 et T_1 (respectivement Q_2, X_2 et T_2) la production réalisée, la quantité d'engrais et la surface de terre utilisées dans une exploitation de type 1 (respectivement de type 2). La technologie d'une exploitation de type 1 est décrite par la fonction de production :

$$Q_1 = \begin{cases} \gamma X_1^{\frac{1}{4}}(T_1 - K)^{\frac{1}{4}} \text{ si } T_1 \geq K \\ 0 \text{ si } T_1 < K \end{cases}$$

où γ et K sont des paramètres positifs. La technologie d'une exploitation de type 2 est décrite par la fonction de production :

$$Q_2 = \lambda X_2^{\frac{1}{2}} {T_2}^{\frac{1}{2}}$$

où λ est un paramètre positif .

Les engrais sont un facteur variable et leur prix unitaire est égal à 1. La terre est un facteur fixe à court terme dont le prix est noté π. On suppose que le fonctionnement de ce marché est convenablement décrit par les propriétés de la concurrence parfaite. Dans ce qui suit, par court terme, on entend la situation où il n'y aucune entrée ou sortie d'exploitations, ni ajustement des quantités utilisées de terre. Par moyen terme, on entend la situation où il n'y aucune entrée ou sortie d'exploitations mais où les exploitations en place ont ajusté leurs achats de terre. Par long terme, on entend la situation le nombre d'exploitations est variable et où celles ci ajustent sans contraintes leurs achats de terre.

1. Quelle est la nature des rendements d'échelle de la technologie des exploitations de type 2 ? Déterminez les fonctions de coût total, coût moyen et coût marginal de court terme et de long terme des exploitations de type 1 et de type 2. Calculez le seuil de rentabilité et la production correspondante des deux types d'exploitations. Peut-on dire qu'une technologie est supérieure à l'autre ?

2. On note N_1 (respectivement N_2) le nombre d'exploitations de type 1 (respectivement de type 2) et on suppose (pour le moment) que ces nombres sont fixés. On supposera, à partir de maintenant, que : $\pi = 1$, $\gamma = 10\sqrt{2}$, $K = 100$ et $\lambda = \frac{2}{5}$. Déterminez l'offre totale $S(p)$ du produit agricole où p désigne le prix de vente unitaire du produit.

3. On fait l'hypothèse que la demande totale des ménages pour le produit agricole est décrit par la fonction :

$$D(p) = 1200 - 200p$$

Décrivez l'équilibre de moyen terme lorsque $N_1 = N_2 = 4$. En supposant que les technologies décrivant les deux types d'exploitations font partie du domaine public (c'est à dire peuvent être adoptées, sans frais, par un entrepreneur), caractérisez l'équilibre de long terme de ce marché : prix, volume des transactions et nombre d'exploitations.

4. Partant de la situation de long terme décrite à la question 3, on constate une intensification de la demande du bien agricole qui est maintenant décrite par l'expression :

$$D(p) = 2400 - 200p$$

A quelles conséquences doit-on s'attendre ? Vous distinguerez les réactions du marché dans le court terme, le moyen terme et le long terme.

5. Partant de l'équilibre de moyen terme de la question 4, on suppose qu'un substitut parfait de ce produit agricole peut être importé au prix $\underline{p} = 3$, déterminez le nouvel équilibre de ce marché. On suppose que le gouvernement met en place un droit de douane au taux t. Déterminez la valeur minimale de t qui décourage complètement les importateurs. Quelle est la perte de surplus collectif résultant d'une telle intervention ?

6. Partant, à nouveau, de l'équilibre de moyen terme de la question 4, on suppose maintenant que le gouvernement décide de subventionner la consommation de ce bien agricole. On note s le montant unitaire de cette subvention. Quelle est la perte de surplus collectif résultant de la mise en place d'une telle intervention ?

PROBLEME 24 (Toulouse, Septembre 2007)

On considère un marché représenté synthétiquement par la fonction de demande globale $D(p) = 1200 - 200p$ et N entreprises identiques décrites par la fonction d'offre :

$$S(p) = \begin{cases} 0 \text{ si } p < 1 \\ \{0, 10\} \text{ si } p = 1 \\ 10p \text{ si } p > 1 \end{cases}$$

1. On suppose que le fonctionnement de ce marché est concurrentiel. Calculez l'équilibre partiel de moyen terme lorsque $N = 10$.

2. Partant de l'équilibre de moyen terme de la question 1, le gouvernement souhaite imposer une taxe sur la consommation de ce bien. Il hésite entre deux options. La première (appelée taxe spécifique) consiste en une taxe t d'un montant unitaire égal à 1. La seconde

(appelée taxe ad valorem) consiste en une taxe $\widehat{t}$ de 25% sur les dépenses de consommation de ce bien.

2.1. Calculez le montant de recettes fiscales et la perte de surplus collectif résultant du premier choix.

2.2. Calculez le montant de recettes fiscales et la perte de surplus collectif résultant du second choix.

2.3. Qui supporte le plus le fardeau fiscal ?

3. Calculez l'équilibre partiel de long terme.

4. Partant cette fois de l'équilibre de long terme de la question 3, le gouvernement compare les deux options fiscales discutées ci-dessus dans le cas où la taxe spécifique t est fixée au niveau $\frac{1}{2}$ et la taxe ad valorem $\widehat{t}$ est fixée au niveau 50%.

4.1. Calculez le montant de recettes fiscales et la perte de surplus collectif résultant du premier choix.

4.2. Calculez le montant de recettes fiscales et la perte de surplus collectif résultant du second choix.

4.3. Qui supporte le plus le fardeau fiscal ?

CONTRÔLE CONTINU (Toulouse 18 Mars 2011)

Problème 1

On considère une entreprise produisant un bien à l'aide de deux facteurs. Sa fonction de production f est définie comme suit:

$$q = f(z_1, z_2) = \alpha \ln (z_1 + 1) + \beta z_2$$

où α et β sont des paramètres positifs.

1. Tracer une isoquante. Quelle(s) propriété(s) de la fonction de production peut-on déduire de cette représentation ?

2. De quel type sont les rendements d'échelle de cette technologie ?

3. En notant w_1 et w_2 les prix unitaires des deux facteurs, déterminer la fonction de coût total $C(q, w_1, w_2)$ attachée à f (l'étudiant veillera à distinguer soigneusement les trois régimes possibles d'utilisation des facteurs, en fonction des valeurs de w_1 et w_2 !)

4. On calculera le coût marginal et le coût moyen (de moyen terme) dans le cas où $w_1 = w_2 = 1, \alpha = 2$ et $\beta = 1$. Représenter ces deux fonctions sur un graphique. Commenter.

5. En supposant que le facteur 2 est un facteur fixe à court terme, calculer les fonctions de coût total, marginal et moyen de court terme.

Problème 2

On considére deux technologies décrivant la production d'un bien à l'aide d'un seul facteur. Ces deux technologies sont décrites par les fonctions de production f^1 et f^2 définies comme suit:

$$\begin{aligned} f^1(z) &= z \\ f^2(z) &= 2\ln(z+1) \end{aligned}$$

En notant Y^1 et Y^2 les ensembles de production correspondant aux fonctions f^1 et f^2, représenter les fonctions de production f^3, f^4 et f^5 correspondant aux ensembles de production $Y^3 = Y^1 \cup Y^2$, $Y^4 = Y^1 \cap Y^2$ et $Y^5 = Y^1 + Y^2$.

Problème 3

On considère une entreprise employant un four dans le cadre d'un processus de production de pièces industrielles. Nous noterons q le nombre de pièces que l'entreprise produit par jour et on supposera qu'il y a proportionnalité entre le nombre de pièces produites et le temps d'utilisation du four (il y donc identité, à une constante multiplicative près, entre le nombre de pièces et la fraction de journée durant laquelle le four est utilisé[1]). Trois modèles de four sont disponibles. Ils fonctionnent tous au fuel et sont supposés avoir une capacité nettement supérieure aux volumes de production "réalistes" considérés par le responsable de l'entreprise. Il n'a donc besoin que d'un seul four. Le premier modèle coûte F^1 (le coût de cet équipement est ramené à un coût journalier) et consomme a^1 litres de fuel lorsqu'il fonctionne une journée complète. Le second (respectivement le troisième) coûte trois fois (respectivement cinq fois) plus cher. Cependant, quelque soit la durée d'utilisation, le second (respectivement le troisième) modèle de four permet de réduire de 40% (respectivement 70%) la consommation de fuel.

1. Déterminer la fonction de coût total de cette entreprise en supposant que le prix unitaire du litre de fuel est égal à 1.

2. On suppose maintenant qu'en plus du fuel, le fonctionnement du four nécessite l'emploi d'une quantité de main d'oeuvre. On notera b^1 le nombre d'heures de main d'oeuvre par journée de fonctionnement du premier four. On suppose que le second (respectivement le troisième) four nécessite, quelque soit la durée d'utilisation, une augmentation de la main d'oeuvre de 20% (respectivement de 30%). Déterminer la fonction de coût total de l'entreprise en supposant que le prix unitaire de la main d'oeuvre est égal à 1. Dans ce contexte technologique, peut-on évoquer une substitution entre le fuel et la main d'oeuvre ?

[1]Par exemple, si le four produit 1000 pièces par minute la constante multiplicative sera 1440×10^3.

3. **Nous avons ignoré les contraintes de capacité. On définit la capacité d'un four par le nombre maximal de pièces qu'il peut cuire par jour. Dans cette question, on supposera que le seul facteur variable est le fuel et que le troisième type de four n'est pas disponible. On notera $\overline{q}^1$ et $\overline{q}^2$ les capacités respectives des fours de type 1 et de type 2. Esquisser les principes de détermination de la fonction de coût lorsque ces contraintes de capacité sont prises en considération.**

Problème 4

On considère une entreprise produisant un bien à l'aide de trois facteurs. Sa fonction de production f est définie comme suit:

$$\mathbf{q} = \mathbf{f}(\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, \mathbf{z}_3) = (Min(z_1, z_2))^{\alpha} \mathbf{z}_3^{\alpha}$$

où α est un paramètre positif. On notera $w = (w_1, w_2, w_3)$ le vecteur des prix unitaires des facteurs.

1. En supposant que le facteur 3 est un facteur fixe et que les facteurs 1 et 2 sont variables, calculer la fonction de coût total de court terme de l'entreprise pour chaque valeur de z_3.

2. Utiliser le théorème de l'enveloppe pour en déduire la fonction de coût total de moyen terme de l'entreprise.

CONTRÔLE CONTINU (Toulouse, 8 Avril 2011)

Problème 1

On considère une entreprise dont la fonction de coût total C est définie comme suit:

$$C(q) = q^{\alpha} + q^{\beta}$$

où $0 < \alpha < 1$ et $\beta > 1$.

1. Représenter la fonction de coût moyen. Calculer le seuil de rentabilité de cette entreprise.

2. On suppose que $\alpha + \beta = 2$. Représenter la fonction de coût marginal. Déterminer la fonction d'offre de cette entreprise.

3. **En supposant que la fonction C est construite à partir d'une fonction de production comportant un seul facteur de production et que le prix unitaire de ce facteur est égal à 1, déterminer cette fonction de production dans le cas où $\alpha = \frac{1}{2}$ et $\beta = \frac{3}{2}$.**

Problème 2

On considère une entreprise dont la fonction de coût total C est définie comme suit:

$$C(q) = \begin{cases} a + bq + cq^2 \text{ si } q \neq 0 \\ 0 \text{ si } q = 0 \end{cases}$$

où a, b et c sont des paramètres positifs.

1. Représenter la fonction de coût moyen. Calculer le seuil de rentabilité de cette entreprise.

2. On suppose que $b = c = 1$. Représenter la fonction de coût marginal. Déterminer la fonction d'offre de cette entreprise.

3. On suppose que le nombre d'entreprises actives, noté J, est égal à 100 et que pour 50 d'entre elles, $a = 1$, tandis pour que les 50 autres, $a = 2$. Déterminer la fonction d'offre agrégée.

4. On suppose que la demande globale est définie comme suit:

$$D(p) = d - p$$

où d est un paramètre positif. Existe-il toujours un équilibre de moyen terme ? Interprèter. Calculer cet équilibre lorsqu'il existe.

5. Déterminer l'équilibre de long terme lorsque toutes les entreprises ont accès à la technologie définie par $a = 1$.

6. Faut-il reprendre l'analyse des questions précédentes dans le cas où la fonction de coût C est définie comme suit:

$$C(q) = a + bq + cq^2 \text{ pour tout } q \geq 0$$

6. **A la différence de la question 3, on suppose maintenant qu'il y a un continuum d'entreprises qui se distinguent les unes des autres en fonction du paramètre a. Pour tout $\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$, on notera** $F(x)$ **le pourcentage[2] d'entreprises dont le paramètre a est inférieur ou égal à** x. **Déterminer la fonction d'offre agrégée dans le cas où:**

$$\mathbf{F(x)} = \begin{cases} \frac{x}{2} \text{ si } x \leq 2 \\ 1 \text{ si } x \geq 2 \end{cases}$$

<u>Problème 3</u> **(Savoir déterminer la fonction de coût lorsqu'on connait le comportement d'offre !)**

On considère une entreprise dont la fonction d'offre "observée" a été estimée comme convenablement décrite par la fonction:

[2]**Le nombre total est toujours noté** J.

$$\mathbf{q(p) = p^2 + 3p} \text{ pour tout } \mathbf{p \geq 0}$$

Déterminer la fonction de coût total C de cette entreprise lorsqu'il est supposé que $\mathbf{C(0) = 0}$.

CONTRÔLE FINAL (Toulouse, le 22 Avril 2011)

PROBLEME 1

On envisage le marché d'une production agricole réalisée par des exploitations qui utilisent l'engrais et la terre comme facteurs de production. On note q, z_1 et z_2 la production réalisée, la quantité d'engrais et la surface de terre utilisées dans une exploitation. Il existe plusieurs types d'exploitations: le type d'une exploitation est décrit par un paramètre $\beta \geq 0$. La technologie d'une exploitation de type β est décrite par la fonction de production :

$$q = \begin{cases} \sqrt{Min(z_1, z_2 - \beta)} \text{ si } z_2 \geq \beta \\ 0 \text{ si } z_2 < \beta \end{cases}$$

L'engrais est un facteur variable dont le prix unitaire est noté w_1. La terre est un facteur fixe à court terme dont le prix unitaire est noté w_2. On suppose que le fonctionnement de ce marché est convenablement décrit par les propriétés de la concurrence parfaite.

1. Déterminez les fonctions de coût total, coût moyen et coût marginal de court terme et de moyen terme d'une exploitation de type β. Calculez son seuil de rentabilité. Peut-on ordonner du point de vue de l'efficacité les différents types de technologie ?

2. Calculer l'offre (de moyen terme) d'une exploitation de type β.

3. On suppose dorénavant que $w_1 = w_2 = \frac{1}{2}$. Par ailleurs, on supposera qu'il y a 400 exploitations réparties en 200 exploitations de type $\beta = 1$ et 200 exploitations de type $\beta = \frac{1}{2}$. Déterminer l'offre totale $S(p)$ du produit agricole. Représenter sur une figure l'inverse de l'offre agrégée.

4. On fait l'hypothèse que la demande totale des ménages pour le produit agricole est décrit par la fonction :

$$D(p) = 1000 - 20p$$

Décrire l'équilibre de moyen terme. En supposant que la technologie de type $\beta = \frac{1}{2}$ est accessible à toutes les exploitations, caractériser l'équilibre de long terme de ce marché : prix, volume des transactions et nombre d'exploitations.

5. Partant de la situation de long terme décrite à la fin de la question 4, on constate une intensification de la demande du bien agricole qui est maintenant décrite par l'expression:

$$D(p) = 2000 - 20p$$

A quelles conséquences doit-on s'attendre ? Vous distinguerez les réactions du marché dans le **court terme**[3], le moyen terme et le long terme.

6. Partant (cette fois) de l'équilibre de moyen terme de la question 4, on suppose qu'un substitut parfait de ce produit agricole peut être importé au prix $\underline{p} = 3$. Décrire la réaction du marché. Quelle est le gain de surplus collectif résultant de cette ouverture au commerce mondial ?

7. Supposons maintenant (contrairement à ce qui supposé dans la question 2) que les 400 exploitations ne sont pas réparties uniquement entre les types $\beta = 1$ et $\beta = \frac{1}{2}$ mais sont uniformément réparties sur l'intervalle $[0, 1]$. Calculer l'offre agrégée dans cette nouvelle configuration et représenter son inverse sur une figure. Décrire l'équilibre de moyen terme lorsque $D(p) = 100 - 20p$. Combien d'exploitations restent en activité à l'équilibre ?

PROBLEME 2

On considère un marché représenté synthétiquement par la fonction de demande globale $D(p) = 1200 - 200p$ et J entreprises identiques décrites par la fonction d'offre :

$$q(p) = \begin{cases} 0 \text{ si } p < 1 \\ \{0, 10\} \text{ si } p = 1 \\ 10p \text{ si } p > 1 \end{cases}$$

1. On suppose que le fonctionnement de ce marché est concurrentiel. Calculez l'équilibre partiel de moyen terme lorsque $J = 10$.

2. Partant de l'équilibre de moyen terme de la question 1, le gouvernement souhaite imposer une taxe sur la consommation de ce bien. Il hésite entre deux options. La première (appelée taxe spécifique) consiste en une taxe proportionnelle au volume de consommation de ce bien: son niveau unitaire est noté t. La seconde (appelée taxe ad valorem) consiste en une taxe proportionnelle aux dépenses de consommation de ce bien: son niveau unitaire est noté $\widehat{t}$.

2.1. Calculer le montant de recettes fiscales et la perte de surplus collectif résultant du premier choix lorsque $t = 1$.

2.2. Calculer le montant de recettes fiscales et la perte de surplus collectif résultant du second choix lorsque $\widehat{t}$=25%

[3]**Attention, l'offre de courte terme a des caractéristiques un peu "atypiques" !**

2.3. Qui supporte le plus le fardeau fiscal dans le cas de la taxe spécifique ?

3. **Représenter la courbe (appelée Courbe de Laffer) décrivant le montant des recettes fiscales collectées en fonction du niveau t de la taxe spécifique. Que constatez vous ? Calculer la valeur de la taxe spécifique t qui maximise les recettes fiscales.**

4. Calculer l'équilibre partiel de long terme en l'absence de toute taxe.

PROBLEME 3 (Inspiré de Glaeser et Luttmer, American Economic Review, 2003)

On considère un marché représenté synthétiquement par les fonctions de demande globale $D(p) = a - bp$ et d'offre globale

$$S(p) = \begin{cases} -c + dp \text{ si } p \geq \frac{c}{d} \\ 0 \text{ si } p < \frac{c}{d} \end{cases}$$

où les paramètres a, b, c et d sont positifs.

1. On suppose que le fonctionnement de ce marché est concurrentiel. Représenter et calculer l'équilibre partiel de moyen terme. On notera p^* le prix d'équilibre.

2. Le gouvernement souhaite imposer un prix plafond d'un montant $\underline{p}$. Calculer la perte de surplus collectif résultant de cette politique sous l'hypothèse "optimiste" que les ménages servis sont ceux dérivant le plus gros surplus de la consommation de ce bien. Représenter cette perte sur la figure décrivant l'équilibre.

3. **On suppose maintenant que les ménages servis sont tirés au sort parmi tous les ménages exprimant le souhait d'être servi (on parle dans ce cas de rationnement aléatoire). Démontrer qu'à la perte de surplus collectif de la question 2 (appelée "welfare cost from undersupply") vient s'ajouter une perte additionnelle de surplus collectif (appelée "welfare cost from misallocation"). Représenter cette perte sur la figure décrivant l'équilibre et calculer son montant**

4. **Montrer que lorsque la chute dans le volume des transactions (faisant suite à la mise en place de la politique) est inférieure à 50%, le montant de la perte additionnelle de surplus collectif est supérieur au montant de la perte initiale.**

CONTRÔLE CONTINU (Toulouse, le 22 Mars 2012)

Problème 1

On considère une entreprise produisant un bien à l'aide de deux facteurs. Sa fonction de production f est définie comme suit:

$$q = f(z_1, z_2) = \alpha \frac{z_1}{z_1 + 1} + \beta z_2$$

où α et β sont des paramètres positifs.

1. Tracer une isoquante. Quelle(s) propriété(s) de la fonction de production peut-on déduire de cette représentation ?

2. De quel type sont les rendements d'échelle de cette technologie ?

3. En notant w_1 et w_2 les prix unitaires des deux facteurs, déterminer la fonction de coût total $C(q, w_1, w_2)$ attachée à f (l'étudiant veillera à distinguer soigneusement les trois régimes possibles d'utilisation des facteurs, en fonction des valeurs de w_1 et w_2 !)

4. On calculera le coût marginal et le coût moyen (de moyen terme) dans le cas où $w_1 = w_2 = 1, \alpha = 2$ et $\beta = 1$. Représenter ces deux fonctions sur un graphique. Commenter.

5. En supposant que le facteur 2 est un facteur fixe à court terme, calculer les fonctions de coût total, marginal et moyen de court terme.

Problème 2

On considére une entreprise produisant un bien à l'aide de deux facteurs. Le second facteur est fixe à court terme. On suppose que le coût de court terme de l'entreprise est décrit par la fonction:

$$C^{CT}(q, \overline{z_2}) = \frac{q}{\overline{z_2}} + \overline{z_2} \; \forall q \geq 0$$

1. Calculer $C_M^{CT}(q, \overline{z_2})$ et $C_m^{CT}(q, \overline{z_2})$. Quel est le seuil de rentabilité (de court terme) lorsque le chef d'entreprise a acheté $\overline{z_2}$ unités du facteur 2 ?

2. Déterminer la fonction de coût de long/moyen terme que l'on notera C. Quelle est la quantité optimale de facteur 2 lorsque le chef d'entreprise souhaite produire une quantité q ?

3. Calculer $C_M(q)$ et $C_m(q)$. Quel est le seuil de rentabilité(de long terme) de l'entreprise ?

Problème 3

On considère une entreprise produisant un bien à l'aide de trois facteurs. Sa fonction de production f est définie comme suit:

$$q = f(z_1, z_2) = z_1^{\alpha} z_2^{\beta} + z_3$$

où α et β sont des paramètres positifs. On suppose que le facteur 3 est fixe à court terme. On supposera que les prix unitaires des deux premiers facteurs sont égaux à 1 et on notera w_3 le prix unitaire du troisième facteur.

1. Déterminer $C^{CT}(q, w_3, \overline{z_3})$ puis $C^{CT}_M(q, w_3, \overline{z_3}), C^{CT}_m(q, w_3, \overline{z_3})$ et $CV^{CT}_M(q, w_3, \overline{z_3})$. Quel est le seuil de rentabilité (de court terme) ? Quelle est l'offre de court terme de cette entreprise ?

2. On supposera dans la suite du problème que $\alpha = \beta = \frac{1}{4}$. Déterminer la fonction de coût de moyen/long terme que l'on notera C puis $C_M(q)$ et $C_m(q)$ (on veillera à bien déterminer la valeur critique de q à partir de laquelle la fonction de coût change de nature).

3. Quel est le seuil de rentabilité de long terme ? Quelle est l'offre de long terme de l'entreprise ?

CONTRÔLE CONTINU (Toulouse, le 6 Avril 2012)

Problème 1

On considère une entreprise dont la fonction de coût total C est définie comme suit:

$$C(q) = \begin{cases} a + bq^3 \text{ si } q \neq 0 \\ 0 \text{ si } q = 0 \end{cases}$$

où a et b sont des paramètres positifs. Une telle entreprise sera dite de type (a, b).

1. Représenter la fonction de coût moyen. Calculer le seuil de rentabilité de cette entreprise.

2. Représenter la fonction de coût marginal. Déterminer la fonction d'offre de cette entreprise.

3. On suppose (dans cette question, ainsi que dans les questions 4 et 5) que les J entreprises actives dans ce secteur sont identiques. Déterminer la fonction d'offre agrégée dans le cas où $a = 1$ et $b = \frac{1}{2}$.

4. On suppose que la demande globale est définie comme suit:

$$D(p) = 1000 - p$$

Dans le cas où $J = 500$, calculer l'équilibre de moyen terme.

5. Déterminer l'équilibre de long terme.

6. Faut-il reprendre l'analyse des questions précédentes dans le cas où la fonction de coût C est définie comme suit:

$$C(q) = a + bq^3 \text{ pour tout } q \geq 0$$

7. Calculer l'offre aggrégée dans le cas où les 500 entreprises ne sont plus toutes identiques mais où 300 entreprises sont de type $(1, \frac{1}{2})$ et 200 entreprises sont de type $(1, \frac{1}{16})$. Calculer l'équilibre de moyen terme dans ce nouveau contexte.

8. **A la différence des questions 3 et 7, on suppose maintenant qu'il y a un continuum d'entreprises de type (a, $\frac{1}{2}$): le paramètre a est donc l'unique paramètre de différenciation**. **Pour tout $\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$**, **on notera** $F(x)$ **le pourcentage**[4] **d'entreprises dont le paramètre a est inférieur ou égal à** x. **Déterminer la fonction d'offre agrégée dans le cas où:**

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \begin{cases} x \text{ si } x \leq 1 \\ 1 \text{ si } x \geq 1 \end{cases}$$

Problème 2

On considère une entreprise produisant un bien à l'aide de deux facteurs. Sa fonction de production f est définie comme suit:

$$q = f(z_1, z_2) = \begin{cases} (z_1 - 1)^{\frac{1}{4}} (z_2 - 1)^{\frac{1}{4}} \text{ si } z_1 \geq 1 \text{ et } z_2 \geq 1 \\ 0 \text{ sinon} \end{cases}$$

On notera $w = (w_1, w_2)$ le vecteur des prix unitaires des facteurs**.**

1. Calculer la fonction de coût $C(q, w_1, w_2)$ de moyen/long terme.

2. On suppose dans la suite du problème que $w_1 = w_2 = 1$. Calculer l'offre de moyen/long terme de cette entreprise. Que vaut cette offre lorsque le prix de vente p est égal à 8 puis lorsque p est égal à 12 ? Combien achète t-elle de facteur 2 dans le cas où $p = 8$?

3. En supposant que le facteur 2 est un facteur fixe et que le facteur 1 est variable, calculer la fonction de coût total de court terme $C^{CT}(q, \overline{z_2})$ de l'entreprise pour chaque valeur de $\overline{z_2}$. Que peut-on dire du coût fixe de court terme ? Quel est le seuil de rentabilité de court terme ? Calculer l'offre de court terme de cette entreprise. Que vaut cette offre lorsque p est égal à 8 et $\overline{z_2} = 5$? Que vaut-elle lorsque p est égal à 12 et $\overline{z_2} = 5$? Comparer ces calculs avec ceux de la question 2. Expliquer les différences éventuelles.

Problème 3

On considère une entreprise produisant un bien à l'aide de trois facteurs. Sa fonction de production f est définie comme suit:

$$\mathbf{q} = \mathbf{f}(\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, \mathbf{z}_3) = \mathbf{Min}(z_1^{\frac{1}{4}} z_2^{\frac{1}{4}}, \mathbf{z}_3)$$

On notera $w = (w_1, w_2, w_3)$ le vecteur des prix unitaires des facteurs.

1. En supposant que le facteur 3 est un facteur fixe et que les facteurs 1 et 2 sont variables, calculer la fonction de coût total de court terme de l'entreprise pour chaque valeur de z_3.

[4] **Le nombre total est toujours noté J.**

2. Utiliser le théorème de l'enveloppe pour en déduire la fonction de coût total de moyen/long terme de l'entreprise.

CONTRÔLE FINAL (Toulouse, le 11 Mai 2012)

PROBLEME 1

On envisage le marché d'une production agricole réalisée par des exploitations qui utilisent l'engrais, la terre et une machine comme facteurs de production. On note q, z_1 et z_2 la production réalisée, la quantité d'engrais et la surface de terre utilisées dans une exploitation. La variable z_3 ne peut prendre que les valeurs 0 et 1 avec l'interprétation suivante: $z_3 = 1$ $(= 0)$ signifie que le chef d'entreprise a (n'a pas) acheté la machine. Il existe plusieurs types d'exploitations: le type d'une exploitation est décrit par un paramètre $\beta > 0$. La technologie d'une exploitation de type β est décrite par la fonction de production :

$$q = \begin{cases} \beta\sqrt{z_1 + \sqrt{z_2}} \text{ si } z_3 = 1 \\ 0 \text{ si } z_3 = 0 \end{cases}$$

L'engrais et la terre sont des facteurs variables dont les prix unitaires sont notés w_1 et w_2. On suppose que la machine est un facteur fixe dont le prix unitaire est égal à 1. On suppose enfin que le fonctionnement de ce marché est convenablement décrit par les propriétés de la concurrence parfaite.

1. Déterminer les fonctions de coût total, coût moyen et coût marginal de moyen terme d'une exploitation de type β. Calculer son seuil de rentabilité. Peut-on ordonner du point de vue de l'efficacité les différents types de technologie ?

On supposera dans la suite du problème que $w_1 = 1$ et $w_2 = \frac{1}{2}$.

2. Calculer l'offre (de moyen terme) d'une exploitation de type β.

3. Dans la suite du problème, on supposera (à l'exception de la question 7) que toutes les exploitations, au nombre de J, sont identiques et de type $\beta = 1$. Déterminer l'offre totale $S(p)$ du produit agricole. Représenter sur une figure l'inverse de l'offre agrégée.

4. On fait l'hypothèse que la demande totale des ménages pour le produit agricole est décrit par la fonction :

$$D(p) = 2000 - 200p$$

Décrire l'équilibre de moyen terme dans la cas où $J = 600$. Décrire l'équilibre de long terme.

5. Partant de la situation de long terme décrite à la fin de la question 4, on constate une intensification de la demande du bien agricole qui est maintenant décrite par l'expression:

$$D(p) = 4000 - 200p$$

A quelles conséquences doit-on s'attendre ? Vous distinguerez les réactions du marché dans le court terme, le moyen terme et le long terme.

6. Partant (cette fois) de l'équilibre de moyen terme de la question 4, on suppose qu'un substitut parfait de ce produit agricole peut être importé au prix $\underline{p} = 3$. Décrire la réaction du marché. Quelle est le gain de surplus collectif résultant de cette ouverture au commerce mondial ?

7. Supposons maintenant (contrairement à ce qui supposé dans la question 3) que les J exploitations ne sont pas identiques et que le paramètre β est uniformément réparti sur l'intervalle $[0, 10]$. Calculer l'offre agrégée dans cette nouvelle configuration.

PROBLEME 2

On considère un marché représenté synthétiquement par la fonction de demande globale $D(p) = 1600 - 200p^2$ et J entreprises identiques décrites par la fonction d'offre :

$$q(p) = \begin{cases} 0 \text{ si } p < 1 \\ \{0, 10\} \text{ si } p = 1 \\ 10p \text{ si } p > 1 \end{cases}$$

1. On suppose que le fonctionnement de ce marché est concurrentiel. Calculer l'équilibre partiel de moyen terme lorsque $J = 10$.

2. Le gouvernement souhaite imposer une taxe sur la consommation de ce bien. Celle-ci (appelée taxe spécifique) consiste en une taxe proportionnelle au volume de consommation de ce bien: son niveau unitaire est noté t.

2.1. Calculer le montant de recettes fiscales et la perte de surplus collectif résultant du premier choix lorsque $t = 1$.

2.2. Qui supporte le plus le fardeau fiscal dans le cas de la taxe spécifique ?

3. **Représenter la courbe (appelée Courbe de Laffer) décrivant le montant des recettes fiscales collectées en fonction du niveau t de la taxe spécifique. Que constatez vous ? Calculer la valeur de la taxe spécifique t qui maximise les recettes fiscales.**

4. Calculer l'équilibre partiel de long terme en l'absence de toute taxe.

PROBLEME 3

On considère le fonctionnement simplifié d'un cinéma ne disposant que d'une seule salle de projection. On suppose que la demande globale de places est représentée par la fonction $D(p) = a - bp$ où les paramètres a et b sont positifs et p désigne le prix d'une place. On notera S la capacité de la salle.

1. Représenter et calculer l'équilibre partiel de moyen terme. On notera p^* le prix d'équilibre.

2. Afin d'encourager la consommation de services culturels, le gouvernement souhaite imposer un prix plafond d'un montant $\underline{p} < p^*$. Sous l'hypothèse "optimiste" que les ménages servis sont ceux dérivant le plus gros surplus de la consommation de ce bien, y a t-il une perte de surplus collectif résultant de cette politique ? A quoi assiste t-on ? Représenter le changement sur la figure décrivant l'équilibre.

3. On suppose maintenant que les ménages servis sont tirés au sort parmi tous les ménages exprimant le souhait d'être servi (on parle dans ce cas de rationnement aléatoire). Y a t-il une perte de surplus collectif ? Dans le cas où vous répondez par l'affirmative, représenter cette perte sur la figure décrivant l'équilibre et calculer son montant

CONTRÔLE FINAL, Seconde Session (Toulouse, le 28 Juin 2012)